Conseil scientifique de l'Institut National de Physique Nucléaire et de Physique des Particules (IN2P3)

Réunion plénière du 28 juin 2018

Introduction à la physique des neutrinos

Stéphane Lavignac

Institut de Physique Théorique,
Université Paris Saclay, CNRS, CEA,
F-91191 Gif-sur-Yvette, France [1]

Abstract

Après avoir résumé brièvement la situation actuelle de la physique des neutrinos, nous passons en revue les éléments théoriques nécessaires à la discussion des oscillations auprès des accélérateurs et des réacteurs: oscillations dans le vide, effets à trois saveurs, violation de la symétrie CP dans les oscillations, propagation des neutrinos dans la matière et application à la détermination de la hiérarchie de masse, oscillations en présence de neutrinos stériles.

1 Introduction: situation du domaine

Parmi les particules élémentaires, les neutrinos jouent un rôle à part. Seuls fermions à n'être sensibles qu'à l'interaction faible, ils se distinguent des quarks et des leptons chargés par leur section efficace d'interaction extrêmement petite. Cette particularité rend leur détection difficile, mais en fait aussi des acteurs de premier plan de l'astronomie multi-messagers, puisqu'ils peuvent parcourir de très grandes distances sans interagir ni être déviés. La petitesse de leurs masses, ainsi que la propriété qu'ils ont de pouvoir changer de saveur au cours de leur propagation, les distinguent également des autres fermions.

Outre leur rôle de messagers du cosmos, les neutrinos sont aussi et avant tout intéressants pour leurs propriétés fondamentales, et pour ce qu'ils ont à nous apprendre de la théorie qui gouverne les particules élémentaires et leurs interactions. Il existe en effet de bonnes raisons de penser que celle-ci ne se résume pas au Modèle Standard; au premier rang de ces raisons figurent la matière noire, les masses des neutrinos et l'asymétrie matière-antimatière de l'Univers.

Le fait que les neutrinos soient électriquement neutres (ou plus exactement qu'ils ne portent aucun nombre quantique additif conservé) leur permet, au moins en principe, d'être leurs propres antiparticules, c'est-à-dire d'être des fermions de Majorana. Nous ne savons toujours pas si c'est le cas ou si, comme les quarks et les leptons chargés, ce sont des fermions de Dirac. Seule l'observation d'un processus dans lequel le nombre leptonique est violé de deux unités, comme la double désintégration bêta sans émission de neutrino, permettrait de trancher entre ces deux possibilités en mettant en évidence la nature de fermions de Majorana des neutrinos.

[1] Unité Mixte de Recherche du CEA/DRF et du CNRS (UMR 3681).

paramètre	ordre normal	ordre inverse
θ_{12} (degrés)	$33.56\,^{+0.77}_{-0.75}$	$33.56\,^{+0.77}_{-0.75}$
θ_{23} (degrés)	$41.6\,^{+1.5}_{-1.2}$	$50.0\,^{+1.1}_{-1.4}$
θ_{13} (degrés)	$8.46\,^{+0.15}_{-0.15}$	$8.49\,^{+0.15}_{-0.15}$
δ_{CP} (degrés)	$261\,^{+51}_{-59}$	$277\,^{+40}_{-46}$
Δm^2_{21} ($10^{-5}\,\mathrm{eV}^2$)	$7.50\,^{+0.19}_{-0.17}$	$7.50\,^{+0.19}_{-0.17}$
Δm^2_{3l} ($10^{-3}\,\mathrm{eV}^2$)	$2.524\,^{+0.039}_{-0.040}$	$-2.514\,^{+0.038}_{-0.041}$

Table 1: Paramètres d'oscillation déterminés par un ajustement récent à l'ensemble des données expérimentales [2], dans le cas où l'ordre des masses des neutrinos est normal (deuxième colonne) ou inverse (troisième colonne). Le paramètre Δm^2_{3l} correspond à Δm^2_{31} pour l'ordre normal, et à Δm^2_{32} pour l'ordre inverse.

Les neutrinos sont de masse nulle dans le Modèle Standard, car ce dernier ne contient que des neutrinos de chiralité gauche – en accord avec le fait qu'on n'a pas observé de neutrino droit. L'observation des oscillations des neutrinos a démontré que ces derniers sont massifs, et donc que le Modèle Standard est une théorie incomplète. Cependant, l'origine des masses des neutrinos, de même que leur nature – Dirac ou Majorana – reste inconnue à ce jour. La petitesse de ces masses, inférieures d'au moins 6 ordres de grandeur à celles de l'électron, pourrait s'expliquer par la violation du nombre leptonique à un échelle d'énergie très élevée $\Lambda \sim 10^{15}\,\mathrm{GeV}$, donnée par la relation[2] $m_\nu \sim v^2/\Lambda$, où m_ν est l'échelle de masse des neutrinos et $v = 246\,\mathrm{GeV}$ la valeur moyenne dans le vide du champ de Higgs. Dans cette hypothèse, les masses des neutrinos seraient liées à une nouvelle physique à très haute énergie, qui pourrait également être à l'origine de l'asymétrie matière-antimatière de l'Univers via le mécanisme de la *leptogenèse*. Une possibilité suggèrée par certaines théories de Grande Unification, qui contiennent des neutrinos de Majorana superlourds, ces derniers engendrant de petites masses de Majorana pour les neutrinos du Modèle Standard via le *mécanisme de sesaw*. Si leurs couplages aux leptons violent la symétrie CP, ces neutrinos superlourds créent en se désintégrant une asymétrie entre le nombre de leptons et d'antileptons, dont l'asymétrie matière-antimatière de l'Univers pourrait être la conséquence. De manière plus générale, la violation de CP dans le secteur des leptons est, avec la violation du nombre leptonique, l'une des deux conditions nécessaires du mécanisme de la leptogenèse.

Sur le plan expérimental, la physique des neutrinos a connu des avancés spectaculaires au cours des vingt dernières années. Les oscillations (et donc le fait que les neutrinos sont massifs) ont été mises en évidence avec des sources (neutrinos solaires, atmosphériques, d'accélérateurs et de réacteurs) et des techniques de détection variées. Les canaux d'oscillation $\nu_e \to \nu_e$ et $\nu_\mu \to \nu_\mu$ (disparition), $\nu_\mu \to \nu_e$ et $\nu_\mu \to \nu_\tau$ (apparition) ont été observés avec des sources artificielles, et la dépendance en L/E de la probabilité de survie a été mise en évidence par plusieurs expériences de disparition. Les paramètres d'oscillation (les deux différences de carrés de masses Δm^2_{21} et Δm^2_{31} et les trois angles de mélange θ_{12}, θ_{23} et θ_{13}) sont mesurés avec une précision croissante au fil des années (voir le tableau 1). Les premières indications d'une violation éventuelle de la symétrie CP dans les oscillations ont été observés par l'expérience T2K.

Certaines anomalies expérimentales (expériences LSND et MiniBooNE, anomalies du gallium et des réacteurs) ne peuvent être interprétées dans le cadre des oscillations à trois saveurs et suggèrent l'existence d'un quatrième neutrino, stérile (c'est-à-dire non sensible à l'interaction faible) et se mélangeant aux neutrinos actifs ν_e, ν_μ et ν_τ. Cette possibilité est toutefois défavorisée par les observations cosmologiques, qui sont compatibles avec trois saveurs de neutrinos légers et

[2]En effet, si l'on considère que la physique des particules est décrite à l'échelle du TeV par une théorie effective fondée sur le Modèle Standard, donc ne contenant pas de neutrinos droits, les masses des neutrinos sont engendrées par un opérateur de dimension 5, l'opérateur de Weinberg $c\ell\ell HH/\Lambda$, qui conduit à la relation $m_\nu = cv^2/\Lambda$ (où c est une constante de couplage). Pour $c \sim 1$, on obtient $\Lambda \sim 5 \times 10^{14}\,\mathrm{GeV}$, mais l'échelle Λ peut être plus petite si $c \ll 1$.

fournissent une limite supérieure sur la somme des masses des neutrinos, même si les contraintes précises dépendent du modèle cosmologique et des données considérées (la collaboration Planck [1], en combinaison avec d'autres données, cite $N_{\text{eff}} = 3.15 \pm 0.23$ (68% C. L.) pour le nombre effectif de degrés de liberté relativistes, et, en l'absence de neutrino stérile, $\sum_i m_i < 0.17\,\text{eV}$ (95% C. L.) pour la somme des masses des neutrinos).

Malgré les succès passés de la physique des neutrinos, de nombreuses questions fondamentales restent ouvertes, qui représentent autant de défis pour les expériences:

- les neutrinos sont-ils des fermions de Dirac ou de Majorana? (cette question est l'objet des expériences recherchant la double désintégration bêta sans émission de neutrino)
- la symétrie CP est-elle violée dans le secteur des leptons?
- l'ordre des masses des neutrinos est-il normal ou inverse?
- quelle est l'échelle de masse absolue des neutrinos? (cette question est l'objet des expériences effectuant des mesures précises de la fin du spectre de la désintégration bêta, ainsi que des observations cosmologiques)
- à quel octant appartient l'angle θ_{23}? Est-il maximal? (la réponse à cette question, ainsi qu'une amélioration de la précision avec laquelle les paramètres d'oscillation sont mesurés, aurait un impact sur une éventuelle théorie de la saveur, qui reste à identifier)
- combien d'espèces de neutrinos (actifs et stériles) existe-t-il?
- existe-t-il des interactions non standard des neutrinos, susceptibles d'affecter leurs oscillations et le rôle qu'ils jouent en astrophysique et en cosmologie?

Des réponses à ces questions permettraient d'apporter un éclairage nouveau à des problèmes tels que l'origine des masses des neutrinos ou l'asymétrie matière-antimatière de l'Univers.

2 Oscillations des neutrinos dans le vide

2.1 Mélange de saveur et matrice PMNS

Les oscillations des neutrinos dans le vide sont un phénomène d'origine quantique dû au mélange de saveur dans le secteur des leptons. Pour que des oscillations puissent avoir lieu, il est nécessaire que deux conditions soient satisfaites: les neutrinos doivent avoir des masses non dégénérées (au moins deux des trois masses m_1, m_2 et m_3 doivent être différentes) et le mélange leptonique doit être non trivial. Ce dernier est paramétré par une matrice unitaire de taille 3, connue sous le nom de matrice PMNS (Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata) et généralement notée U, qui relie les neutrinos états propres de saveur aux neutrinos états propres de masse:

$$\begin{pmatrix} \nu_e(x) \\ \nu_\mu(x) \\ \nu_\tau(x) \end{pmatrix}_L = U \begin{pmatrix} \nu_1(x) \\ \nu_2(x) \\ \nu_3(x) \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1(x) \\ \nu_2(x) \\ \nu_3(x) \end{pmatrix}_L . \tag{1}$$

Dans l'équation (1), $\nu_{eL}(x)$, $\nu_{\mu L}(x)$ et $\nu_{\tau L}(x)$ sont les champs décrivant les états propres de saveur (définis comme les neutrinos qui se couplent via le courant chargé à l'électron, au muon et au tau, respectivement), et $\nu_{1L}(x)$, $\nu_{2L}(x)$ et $\nu_{3L}(x)$ décrivent les états propres de masse, de masse respectives m_1, m_2 et m_3. On note souvent de manière compacte (en omettant la dépendance des champs de neutrinos par rapport à la coordonnée d'espace-temps x, ainsi que la mention de leur chiralité)

$$\nu_\alpha = \sum_i U_{\alpha i}\, \nu_i \,, \tag{2}$$

où $\alpha = e, \mu, \tau$ et $i = 1, 2, 3$. La conséquence immédiate de ce mélange de saveur est que le neutrino qui se couple à un lepton chargé de saveur donnée (un electron, un muon ou un tau) n'est pas un état propre de masse, mais une superposition cohérente d'états propres de masse:

$$\mathcal{L}_{\rm CC} \;=\; \frac{g}{\sqrt{2}}\, W^-_\mu \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\ell}_{\alpha L}\gamma^\mu \nu_{\alpha L} + \text{h.c.} \;=\; \frac{g}{\sqrt{2}}\, W^-_\mu \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\ell}_{\alpha L}\gamma^\mu \sum_{i=1,2,3} U_{\alpha i}\, \nu_{iL} + \text{h.c.}\,. \tag{3}$$

C'est cette cohérence qui rend les oscillations possibles.

Comme la matrice CKM dont elle est l'analogue dans le secteur des leptons, la matrice PMNS peut être paramétrée par trois angles de mélange, que l'on note θ_{12}, θ_{23} et θ_{13}, et par une phase $\delta_{\rm CP}$ si les neutrinos sont des fermions de Dirac. Pour des neutrinos de Majorana, la matrice PMNS dépend également de deux autres phases, qui n'affectent toutefois pas les oscillations (elles interviennent, en revanche, dans la masse effective dont dépend la double désintégration bêta sans émission de neutrino). Nous omettrons donc ces "phases de Majorana" par la suite, et écrirons

$$U \;=\; \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{\rm CP}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{13}s_{23}e^{i\delta_{\rm CP}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{13}s_{23}e^{i\delta_{\rm CP}} & c_{13}s_{23} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}s_{13}c_{23}e^{i\delta_{\rm CP}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}s_{13}c_{23}e^{i\delta_{\rm CP}} & c_{13}c_{23} \end{pmatrix}, \tag{4}$$

où $c_{ij} \equiv \cos\theta_{ij}$ et $s_{ij} \equiv \sin\theta_{ij}$. Sans perte de généralité, on peut restreindre les valeurs des angles θ_{ij} à l'intervalle $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, $\delta_{\rm CP}$ variant entre 0 et 2π. Comme nous le verrons dans la section 2.4, la phase $\delta_{\rm CP}$ (si elle est différente de 0 et π) induit un asymétrie entre les oscillations des neutrinos et des antineutrinos dans le vide.

2.2 Formalisme des oscillations dans le vide

La probabilité qu'un neutrino produit dans la saveur α soit détecté comme un neutrino de saveur β après avoir parcouru une distance L est donnée par

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \to \nu_\beta) \;=\; \delta_{\alpha\beta} \; &- 4\sum_{i<j} \text{Re}\left[U_{\alpha i}U^*_{\beta i}U^*_{\alpha j}U_{\beta j}\right] \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{ji}L}{4E}\right) \\ &+ 2\sum_{i<j} \text{Im}\left[U_{\alpha i}U^*_{\beta i}U^*_{\alpha j}U_{\beta j}\right] \sin\left(\frac{\Delta m^2_{ji}L}{2E}\right), \end{aligned} \tag{5}$$

où $\Delta m^2_{ji} \equiv m^2_j - m^2_i$ et E est l'énergie du neutrino (la formule (5) suppose des neutrinos ultra-relativistes, de sorte que $E_i = \sqrt{p^2 + m^2_i} \simeq p \simeq E$). La probabilité d'oscillation d'un antineutrino $P(\bar{\nu}_\alpha \to \bar{\nu}_\beta)$ s'obtient en remplaçant U par U^* dans l'équation (5), ce qui revient à changer le signe du dernier terme.

Les propriétés des oscillations dans le vide peuvent être déduites de la formule (5). Tout d'abord, les oscillations ne sont possibles que si les neutrinos ont des masses non-dégénérées (au moins l'un des Δm^2_{ji} doit être non nul) et s'il y a mélange de saveur dans le secteur des leptons ($U \neq \mathbf{1}$). La probabilité d'oscillation $P(\nu_\alpha \to \nu_\beta)$ dépend des trois angles de mélange qui paramétrisent la matrice PMNS (θ_{12}, θ_{23}, θ_{13}) et de deux différences de carrés de masses, que l'on peut choisir comme étant Δm^2_{21} et Δm^2_{31} (Δm^2_{32}, qui apparaît également dans l'équation (5), n'est pas un paramètre indépendant, car $\Delta m^2_{32} = \Delta m^2_{31} - \Delta m^2_{21}$). Les oscillations dépendent aussi de la phase $\delta_{\rm CP}$, qui induit une asymétrie entre les oscillations des neutrinos et celles des antineutrinos, mais pas des "phases de Majorana": neutrinos de Dirac et de Majorana oscillent exactement de la même façon.

Un autre conséquence de la formule (5) est que la violation de la symétrie CP dans les oscillations – qui se manifeste par le fait que $P(\bar{\nu}_\alpha \to \bar{\nu}_\beta) \neq P(\nu_\alpha \to \nu_\beta)$ – n'est possible que dans les canaux *d'apparition* ($\beta \neq \alpha$). En effet, la probabilité de survie est la même pour les neutrinos et les antineutrinos dans les canaux de *disparition* ($\beta = \alpha$):

$$P(\nu_\alpha \to \nu_\alpha) \;=\; 1 - 4\sum_{i<j} |U_{\alpha i}U_{\alpha j}|^2 \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{ji}L}{4E}\right) \;=\; P(\bar{\nu}_\alpha \to \bar{\nu}_\alpha)\,, \tag{6}$$

la combinaison de coefficients de la matrice PMNS $U_{\alpha i}U_{\beta i}^*U_{\alpha j}^*U_{\beta j}$ étant réelle pour $\alpha=\beta$. Il n'y a pas non plus de violation de CP dans les oscillations à deux saveurs (et plus généralement lorsque les oscillations sont dominées par un seul Δm^2, la contribution des autres Δm^2_{ji} étant négligeable), car alors $\mathrm{Im}\left[U_{\alpha i}U_{\beta i}^*U_{\alpha j}^*U_{\beta j}\right] = -\mathrm{Im}\left[U_{\alpha j}U_{\beta j}^*U_{\alpha j}^*U_{\beta j}\right] = -\mathrm{Im}\,|U_{\alpha j}U_{\beta j}|^2 = 0$, où nous avons utilisé la relation d'unitarité $U_{\alpha i}U_{\beta i}^* + U_{\alpha j}^*U_{\beta j} = 0$ ($\alpha\neq\beta$, $i\neq j$).

Si la précision atteinte par les expériences actuelles requiert une description détaillée des oscillations, incluant les effets sous-dominants et la violation de la symétrie CP présents dans la formule d'oscillation à trois saveurs (5), un certain nombre de résultats peuvent s'interpréter en bonne approximation dans le cadre des oscillations à deux saveurs, gouvernées par une seule différence de carrés de masses Δm^2 et un seul angle de mélange θ:

$$P(\nu_\alpha\to\nu_\beta)\;=\;P(\bar\nu_\alpha\to\bar\nu_\beta)\;=\;\sin^2 2\theta\,\sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E}\right)\qquad(\beta\neq\alpha)\,. \tag{7}$$

Dans ce cas, les paramètres θ et Δm^2 ont une interprétation physique simple: l'amplitude des oscillations est donnée par $\sin^2 2\theta$, tandis que la longueur d'oscillation est proportionelle à l'énergie E du neutrino et inversement proportionelle à Δm^2:

$$L_{\text{osc.}}(\text{km})\;=\;2.48\,E(\text{GeV})/\Delta m^2(\text{eV}^2)\,,\qquad P(\nu_\alpha\to\nu_\beta)\;=\;\sin^2 2\theta\,\sin^2(\pi L/L_{\text{osc.}})\,. \tag{8}$$

Notons que la probabilité d'oscillation (7) n'est sensible ni au signe de Δm^2, ni à *l'octant* de θ: elle est la même que l'on ait $\theta\in\,]0,\frac{\pi}{4}[$ (premier octant) ou $\theta\in\,]\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}[$ (second octant), $\theta=\frac{\pi}{4}$ correspondant à la valeur maximale de l'amplitude $\sin^2 2\theta = 1$ (on parle *d'angle maximal*).

Les oscillations à deux saveurs fournissent une bonne description, à l'ordre dominant, des oscillations des neutrinos atmosphériques et solaires (avec inclusion des effets de matière pour ces derniers). Les paramètres correspondants, (Δm^2_{sol}, θ_{sol}) et (Δm^2_{atm}, θ_{atm}) – appelés Δm^2 et angle de mélange *solaires* et *atmosphériques*, respectivement – satisfont $\Delta m^2_{\text{sol}}\ll\Delta m^2_{\text{atm}}$, et les angles θ_{sol} et θ_{atm} sont grands. Dans le cadre des oscillations à trois saveurs, on identifie Δm^2_{sol} avec la différence des carrés des masses de ν_2 et ν_1, ordonnées de sorte que $\Delta m^2_{21}\equiv\Delta m^2_{\text{sol}}>0$. Δm^2_{atm} doit alors être identifié avec $|\Delta m^2_{31}|$ ou $|\Delta m^2_{32}|$. Comme $\Delta m^2_{\text{sol}}\ll\Delta m^2_{\text{atm}}$, il s'ensuit que

$$\Delta m^2_{\text{sol}}=\Delta m^2_{21}\;\ll\;|\Delta m^2_{31}|\simeq|\Delta m^2_{32}|\simeq\Delta m^2_{\text{atm}}\,. \tag{9}$$

Il y a donc deux spectres de masse possibles: la *hiérarchie normale* $m_1<m_2<m_3$ (on dit aussi que *l'ordre* des masses des neutrinos est *normal*), caractérisée par $\Delta m^2_{31}>0$; et la *hiérarchie inverse* $m_3<m_1<m_2$ (on parle aussi *d'ordre inverse*), caractérisée par $\Delta m^2_{31}<0$.

Les expériences caractérisées par une distance L et une énergie de faisceau E tels que $\Delta m^2_{21}L/E\ll 1$ peuvent être décrites en bonne approximation par des oscillations à deux saveurs gouvernées par $\Delta m^2_{31}\simeq\Delta m^2_{32}$ (techniquement, cela revient à imposer $\Delta m^2_{21}=0$ dans la formule à trois saveurs (5)). Cette approximation est valable car les angles de mélange ont des valeurs comparables, à l'exception de θ_{13} qui est un peu plus petit. La probabilité d'oscillation (apparition) devient alors

$$P(\nu_\alpha\to\nu_\beta)\;=\;\sin^2 2\theta^{\text{eff}}_{\alpha\beta}\,\sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{31}L}{4E}\right),\qquad\sin^2 2\theta^{\text{eff}}_{\alpha\beta}\;\equiv\;4\,|U_{\alpha 3}U_{\beta 3}|^2\qquad(\beta\neq\alpha)\,, \tag{10}$$

et la probabilité de non-oscillation (disparition)

$$P(\nu_\alpha\to\nu_\alpha)\;=\;1-\sin^2 2\theta^{\text{eff}}_{\alpha\alpha}\,\sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{31}L}{4E}\right),\qquad\sin^2 2\theta^{\text{eff}}_{\alpha\alpha}\;\equiv\;4\,|U_{\alpha 3}|^2\left(1-|U_{\alpha 3}|^2\right). \tag{11}$$

Ces formules décrivent bien l'effet des oscillations dominantes des neutrinos atmosphériques, d'accélérateurs (à moyenne/longue distance) et de réacteurs (à courte distance). Par exemple, la probabilité de disparition des neutrinos muoniques (neutrinos atmosphériques, T2K, MINOS, NOνA) est donnée par

$$P(\nu_\mu \to \nu_\mu) \;\simeq\; 1 - \sin^2 2\theta_{23} \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{31} L}{4E}\right), \tag{12}$$

où les termes proportionnels à $\sin^2\theta_{13}$ ont été négligés. Pour l'apparition de neutrinos électroniques (T2K, MINOS, NOνA) et de neutrinos tau (OPERA) dans un faisceau de neutrinos muoniques, on a (toujours à l'ordre dominant; nous verrons dans les sections 2.4 et 3.3 des formules plus adaptées pour T2K, MINOS, NOνA et DUNE):

$$P(\nu_\mu \to \nu_e) \;=\; \sin^2\theta_{23} \sin^2 2\theta_{13} \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{31} L}{4E}\right), \tag{13}$$

$$P(\nu_\mu \to \nu_\tau) \;=\; \cos^4\theta_{13} \sin^2 2\theta_{23} \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{31} L}{4E}\right), \tag{14}$$

tandis que pour la disparition d'antineutrinos de réacteur à courte distance (Double-Chooz, Daya Bay, RENO):

$$P(\bar\nu_e \to \bar\nu_e) \;=\; 1 - \sin^2 2\theta_{13} \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{31} L}{4E}\right). \tag{15}$$

Insistons sur le fait que les expressions ci-dessous reçoivent des corrections des effets à trois saveurs, qui doivent être pris en compte dans la plupart des expériences actuelles et futures. Notons par ailleurs que, bien qu'elles soient gouvernées par un seul Δm^2, les probabilités d'oscillation (13) et (14) ne sont pas de simples formules à deux saveurs, car elles dépendent des deux angles de mélange θ_{13} et θ_{23}. En particulier, la probabilité d'apparition (13) est sensible à l'octant de θ_{23}.

2.3 Effets à trois saveurs dans la disparition des antineutrinos de réacteur

Avec la précision accrue des expériences d'oscillation à courte distance auprès des réacteurs, l'incertitude expérimentale sur le Δm^2 gouvernant les oscillations des $\bar\nu_e$ se rapproche de la différence entre les paramètres Δm^2_{31} et Δm^2_{32}. La formule d'oscillation à deux saveurs (15) n'est donc plus adaptée et doit être remplacée par la probabilité de survie à trois saveurs

$$\begin{aligned} P(\bar\nu_e \to \bar\nu_e) \;=\; & 1 - \cos^4\theta_{13} \sin^2 2\theta_{12} \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{21} L}{4E}\right) - \cos^2\theta_{12} \sin^2 2\theta_{13} \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{31} L}{4E}\right) \\ & - \sin^2\theta_{12} \sin^2 2\theta_{13} \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{32} L}{4E}\right). \end{aligned} \tag{16}$$

Les expériences d'oscillation à grande distance d'antineutrinos de réacteurs, comme KamLAND, sont sensibles aux oscillations gouvernées par Δm^2_{21}, tandis que les oscillations sous-dominantes contrôlées par Δm^2_{31} et Δm^2_{32} sont moyennées. La probabilité de survie devient alors

$$P(\nu_e \to \nu_e) \;=\; P(\bar\nu_e \to \bar\nu_e) \;=\; \sin^4\theta_{13} + \cos^4\theta_{13} \left(1 - \sin^2 2\theta_{12} \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{21} L}{4E}\right)\right). \tag{17}$$

Toutefois, une amélioration de la résolution en énergie du détecteur lointain pourrait rendre une expérience de ce type sensible aux oscillations de petite amplitude gouvernées par Δm^2_{31} et Δm^2_{32}, qui viennent s'ajouter aux oscillations dominantes dues à Δm^2_{21}. Une mesure précise du spectre d'énergie des $\bar\nu_e$ dans le détecteur lointain pourrait alors permettre de déterminer la hiérarchie de masse (c'est le principe de l'expérience JUNO). En effet, les deux derniers termes de la probabilité de survie (16) induisent des distorsions du spectre d'énergie différentes selon que l'ordre des masses est normal ou inverse. Dans le premier cas, $|\Delta m^2_{31}| = |\Delta m^2_{32}| + \Delta m^2_{21} > |\Delta m^2_{32}|$ et celui des deux termes dont l'amplitude est la plus grande (celui qui est proportionel à $\cos^2\theta_{12} \simeq 0.7$) est celui dont la longueur d'oscillation est la plus courte; dans le deuxième cas, $|\Delta m^2_{32}| = |\Delta m^2_{31}| + \Delta m^2_{21} > |\Delta m^2_{31}|$ et le terme de plus grande amplitude a la longueur d'oscillation la plus grande.

2.4 Violation de la symétrie CP dans les oscillations

Comme nous l'avons vu dans la section 2, les oscillations dépendent de la phase $\delta_{\rm CP}$ de la matrice PMNS, qui induit une asymétrie entre les oscillations des neutrinos et des antineutrinos dans le vide, $P(\nu_\alpha \to \nu_\beta) \neq P(\bar{\nu}_\alpha \to \bar{\nu}_\beta)$. Il s'agit de la seule manifestation de la violation de la symétrie CP dans le secteur des leptons qui soit accessible expérimentalement (sauf dans certaines extensions du Modèle Standard).

La violation de la symétrie CP dans les oscillations est caractérisée par la quantité $\Delta P_{\alpha\beta} \equiv P(\nu_\alpha \to \nu_\beta) - P(\bar{\nu}_\alpha \to \bar{\nu}_\beta)$, que l'on peut écrire sous la forme

$$\Delta P_{\alpha\beta} \,=\, \pm 16 J \sin\left(\frac{\Delta m^2_{21} L}{4E}\right) \sin\left(\frac{\Delta m^2_{31} L}{4E}\right) \sin\left(\frac{\Delta m^2_{32} L}{4E}\right), \qquad J \,\equiv\, \mathrm{Im}\left[U_{e1} U^*_{\mu 1} U^*_{e2} U_{\mu 2}\right], \quad (18)$$

avec un signe + si (α, β, γ) (où $\gamma \neq \alpha, \beta$) est une permutation circulaire de (e, μ, τ), et un signe $-$ s'il s'agit d'une permutation impaire. Le paramètre J dans l'équation (18) est une mesure de la violation de CP appelée *invariant de Jarlskog* (par analogie avec l'invariant de Jarlskog quantifiant la violation de CP dans le secteur des quarks). Dans la paramétrisation standard de la matrice PMNS, il s'écrit

$$J \,=\, \frac{1}{8} \cos\theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23} \sin \delta_{\rm CP}\,. \quad (19)$$

La violation de la symétrie CP ($J \neq 0$) requiert donc que les trois angles de mélange θ_{12}, θ_{23} et θ_{13} soient non nuls, et que la phase $\delta_{\rm CP}$ soit différente de 0 et π. Il est également nécessaire que Δm^2_{21}, Δm^2_{31} et Δm^2_{32} soient non nuls, autrement dit les masses des neutrinos doivent être toutes différentes pour que $\Delta P_{\alpha\beta} \neq 0$. Ces critères peuvent paraître académiques à présent que tous les paramètres d'oscillation ont été mesurés, mais pendant longtemps, la seule information dont nous disposions sur l'angle θ_{13} était une limite supérieure, due à l'expérience Chooz; une valeur de $\sin^2 2\theta_{13}$ inférieure à 10^{-4} aurait rendu très difficile la mise en évidence de la violation de la symétrie CP dans les oscillations, même pour un phase $\delta_{\rm CP}$ maximale.

Comme le montre la formule (18), la violation de la symétrie CP dans les oscillations est universelle: elle ne dépend pas du canal considéré (à un signe près). On a en effet $\Delta P_{e\mu} = -\Delta P_{e\tau} = \Delta P_{\mu\tau}$. Par ailleurs, la violation de CP est proprotionnelle à $\sin(\Delta m^2_{21} L/4E)$; elle ne peut donc être observée que dans une expérience sensible aux oscillations sous-dominantes gouvernées par Δm^2_{21}. C'est pourquoi seules les expériences d'oscillations à grande distance (plusieurs centaines de kilomètres) peuvent la mettre en évidence. Les conditions expérimentales étant telles que $\Delta m^2_{31} L/E \sim 1$ et $\Delta m^2_{21} L/E \ll 1$, l'équation (18) peut être développée au deuxième ordre par rapport aux petits paramètres $\sin\left(\Delta m^2_{21} L/4E\right)$ et $\sin\theta_{13}$:

$$\Delta P_{\alpha\beta} \,\simeq\, \pm 16 J \sin\left(\frac{\Delta m^2_{21} L}{4E}\right) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{31} L}{4E}\right). \quad (20)$$

Les neutrinos se propageant sur de grandes distances, ils traversent la croûte terrestre sur une partie de leur parcours. Leurs oscillations sont donc affectées par leurs interactions avec la matière (voir la section 3.1), de manière plus ou moins importante selon les expériences. Ces effets de matière induisent une asymétrie entre les oscillations des neutrinos et des antineutrinos dans le canal $\nu_\mu \to \nu_e$ étudié par les expériences d'oscillation à grande distance. Il est donc nécssaire de distinguer, dans les données expérimentales, l'effet de la violation de CP de celui des interactions des neutrinos avec la matière (dont le signe dépend de la hiérarchie de masse).

Si l'on néglige les effets de matière (ce qui est une approximation raisonnable pour une expérience comme T2K), la probabilité d'oscillation $\nu_\mu \to \nu_e$ s'écrit, au deuxième ordre en $\sin\left(\Delta m^2_{21} L/4E\right)$

et $\sin\theta_{13}$:

$$P(\nu_\mu \to \nu_e) \simeq \sin^2\theta_{23}\sin^2 2\theta_{13}\,\sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{31}L}{4E}\right) + \cos^2\theta_{23}\sin^2 2\theta_{12}\,\sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{21}L}{4E}\right)$$
$$+\frac{1}{2}\cos\theta_{13}\sin 2\theta_{12}\sin 2\theta_{13}\sin 2\theta_{23}\cos\delta_{\rm CP}\,\sin\left(\frac{\Delta m^2_{21}L}{4E}\right)\sin\left(\frac{\Delta m^2_{31}L}{2E}\right)$$
$$-\cos\theta_{13}\sin 2\theta_{12}\sin 2\theta_{13}\sin 2\theta_{23}\sin\delta_{\rm CP}\,\sin\left(\frac{\Delta m^2_{21}L}{4E}\right)\sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{31}L}{4E}\right). \quad (21)$$

Le premier terme correspond aux oscillations dominantes, gouvernées par Δm^2_{31} et θ_{13}; il est sensible à l'octant de θ_{23}. Le deuxième terme est dû aux oscillations gouvernées par Δm^2_{21}; les troisième et quatrième termes dépendent à la fois de Δm^2_{21} et de Δm^2_{31}, et sont respectivement proportionnel à $\cos\delta_{\rm CP}$ (donc invaraint sous CP) et à $\sin\delta_{\rm CP}$. La violation de CP provient donc du quatrième terme, dont nous avons vu qu'il est proportionnel à l'invariant de Jarlskog J (le troisième terme est proportionnel à $J\cot\delta_{\rm CP} \propto \cos\delta_{\rm CP}$). L'équation (21) peut être réécrite sous la forme compacte suivante:

$$P(\nu_\mu \to \nu_e) \simeq A^2_{\rm atm} + A^2_{\rm sol} + 2\cos\theta_{13}A_{\rm atm}A_{\rm sol}\cos\left(\frac{\Delta m^2_{31}L}{4E} + \delta_{\rm CP}\right), \quad (22)$$

où $A_{\rm atm} \equiv \sin\theta_{23}\sin 2\theta_{13}\,\sin\left(\frac{\Delta m^2_{31}L}{4E}\right)$ et $A_{\rm sol} \equiv \cos\theta_{23}\sin 2\theta_{12}\,\sin\left(\frac{\Delta m^2_{21}L}{4E}\right)$. La probabilité d'oscillation $P(\bar\nu_\mu \to \bar\nu_e)$ s'obtient en changeant le signe de la phase $\delta_{\rm CP}$ dans les expressions ci-dessus (dans l'équation (21), cela revient à changer le signe du dernier terme).

La violation de la symétrie CP dans le canal $\nu_\mu \to \nu_e$ peut être quantifiée par le paramètre d'asymétrie

$$A_{\mu e} \equiv \frac{P(\nu_\mu \to \nu_e) - P(\bar\nu_\mu \to \bar\nu_e)}{P(\nu_\mu \to \nu_e) + P(\bar\nu_\mu \to \bar\nu_e)} \simeq -\frac{\cos\theta_{23}\sin 2\theta_{12}}{\sin\theta_{23}\sin\theta_{13}}\,\sin\left(\frac{\Delta m^2_{21}L}{4E}\right)\sin\delta_{\rm CP}\,. \quad (23)$$

3 Oscillation des neutrinos dans la matière (milieu de densité constante)

L'intraction des neutrinos avec les électrons, les protons et les neutrons affectent leur propagation dans la matière. Dans le cas d'un milieu de densité constante comme la croûte terrestre, cela se traduit par le fait que les neutrinos oscillent avec des paramètres différents de ceux qui gouvernent leurs oscillations dans le vide. Les interactions responsables de cet effet sont les diffusions cohérentes vers l'avant des neutrinos sur les électrons et les nucléons, auquel le courant chargé (ćhange d'un boson W) et le courant neutre (échange d'un boson Z) contribuent. Tandis que la contribution du courant neutre est indépendante de la saveur des neutrinos, le courant chargé ne contribue qu'à la diffusion des neutrinos électroniques sur les électrons, la matière ordinaire ne contenant ni muons ni taus. C'est ce qui explique que les oscillations des neutrinos soient affectées par leur passage dans la matière, l'importance de l'effet dépendant de la densité d'électrons.

3.1 Approximation à deux saveurs

Considérons d'abord l'approximation à deux saveurs. La probabilité d'oscillation dans un milieu de densité constante est donnée par une formule analogue à celle des oscillations dans le vide:

$$P_m(\nu_\alpha \to \nu_\beta) = \sin^2 2\theta_m \sin^2\frac{(E^m_2 - E^m_1)t}{2} \qquad (\alpha \neq \beta)\,, \quad (24)$$

où θ_m est l'angle de mélange dans la matière, et E^m_1, E^m_2 sont les niveaux d'énergie des neutrinos dans la matière. Contrairement aux oscillations dans le vide, les paramètres d'oscillation dans la matière ne sont pas les mêmes pour les neutrinos et les antineutrinos (cela est dû au fait que leurs intractions avec la matière sont différentes). L'angle θ_m et la différence des niveaux d'énergie $E_2^m - E_1^m$ sont reliés aux paramètres d'oscillation dans le vide par (avec un signe $-$ pour les neutrinos et un signe $+$ pour les antineutrinos)

$$E_2^m - E_1^m = \frac{\Delta m^2}{2E} \sqrt{\left(1 \mp \frac{n_e}{n_{\rm res}}\right)^2 \cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta}\ , \tag{25}$$

$$\sin 2\theta_m = \frac{\sin 2\theta}{\sqrt{\left(1 \mp \frac{n_e}{n_{\rm res}}\right)^2 \cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta}}\ , \tag{26}$$

$$\cos 2\theta_m = \frac{\left(1 \mp \frac{n_e}{n_{\rm res}}\right) \cos 2\theta}{\sqrt{\left(1 \mp \frac{n_e}{n_{\rm res}}\right)^2 \cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta}}\ . \tag{27}$$

Dans ces expressions, n_e est la densité d'électrons du milieu, et $n_{\rm res}$ est la *densité résonnante*, définie par

$$n_{\rm res} = \frac{\Delta m^2 \cos 2\theta}{2\sqrt{2}\, G_F E}\ , \tag{28}$$

où G_F est la constante de Fermi, et $E = \sqrt{p^2 + m^2} \simeq p$ l'énergie des neutrinos dans le vide.

Si $\Delta m^2 \cos 2\theta > 0$ (condition de résonance pour les neutrinos), l'angle de mélange dans la matière θ_m est maximal pour $n_e = n_{\rm res}$, indépendamment de la valeur de l'angle de mélange dans le vide θ (pourvu qu'elle soit non nulle):

$$\sin^2 2\theta_m = 1 \quad \text{pour } n_e = n_{\rm res} \qquad\qquad (\text{cas } \Delta m^2 \cos 2\theta > 0)\ . \tag{29}$$

C'est ce qu'on appelle la *résonance MSW* (Mikheev-Smirnov-Wolfenstein). Pour les antineutrinos, la condition de résonance est $\Delta m^2 \cos 2\theta < 0$, et la résonance se produit pour $n_e = -n_{\rm res}$; dans ce cas, c'est $-n_{\rm res}$ qui est positive et qui peut être interprétée comme une densité.

Plus généralement, on peut distinguer plusieurs régimes selon la valeur du rapport $n_e/n_{\rm res}$:

(i) faible densité ($n_e \ll |n_{\rm res}|$): $\sin^2 2\theta_m \simeq \sin^2 2\theta \left(1 \pm \frac{2n_e}{n_{\rm res}} \cos^2 2\theta\right)$, où le signe $+$ correspond aux neutrinos, et le signe $-$ aux antineutrinos. Les oscillations dans le vide dominent, avec des effets de matière sous-dominants.

(ii) près de la résonance ($n_e \simeq |n_{\rm res}|$), les oscillations sont amplifiées par rapport aux oscillations dans le vide ($\sin^2 2\theta_m \simeq 1$) si la condition de résonance est satisfaite, tandis qu'elles sont atténuées si elle ne l'est pas ($\sin^2 2\theta_m \simeq \tan^2 2\theta/(4+\tan^2 2\theta)$). Si les oscillations des neutrinos sont amplifiées, celles des antineutrinos sont atténuées, et vice versa. L'effet de la résonance est d'autant plus important que l'angle de mélange dans le vide est petit, ce qui en pratique n'est le cas que pour θ_{13}.

(iii) forte densité ($n_e \gg |n_{\rm res}|$): $\sin^2 2\theta_m \simeq \tan^2 2\theta/(\frac{n_e}{n_{\rm res}})^2$. Les oscillations sont atténuées par les effets de matière.

On peut définir une longueur d'oscillation dans la matière:

$$L^m_{\rm osc.} = \frac{2\pi}{|E_2^m - E_1^m|}\ . \tag{30}$$

La longueur d'oscillation est maximale à la résonance, où elle est reliée à la longueur d'oscillation dans le vide par $L^m_{\rm osc.} = 4\pi E/(|\Delta m^2| \sin 2\theta) = L_{\rm osc.}/\sin 2\theta$.

3.2 Effets de matière et détermination de la hiérarchie de masse

Comme ils n'intergissent pas de la même manière avec la matière, les neutrinos et les antineutrinos oscillent avec des probabilité différentes quand ils traversent un milieu matériel, même en l'absence de violation de CP. Cette asymétrie est d'autant plus importante que la densité du milieu est proche de la résonance, et que l'angle de mélange dans le vide est petit. Elle peut être mise à profit par les expériences d'oscillation à grande distance (NOνA, DUNE, Hyper-Kamiokande) pour déterminer la hiérarchie de masse, en comparant les probabilités d'oscillation $\nu_\nu \to \nu_e$ et $\bar{\nu}_\nu \to \bar{\nu}_e$. Les oscillations dominantes dans ce canal étant gouvernées par les paramètres Δm^2_{31} et θ_{13}, la condition de résonance est $\Delta m^2_{31} \cos 2\theta_{13} > 0$ (ou plus simplement $\Delta m^2_{31} > 0$, compte tenu du fait que $\cos 2\theta_{13} > 0$) pour les neutrinos, et $\Delta m^2_{31} \cos 2\theta_{13} < 0$ (ou plus simplement $\Delta m^2_{31} < 0$) pour les antineutrinos. Si l'ordre des masses est normal ($\Delta m^2_{31} > 0$), on observera donc une amplification des oscillations $\nu_\nu \to \nu_e$ par rapport aux oscillations $\bar{\nu}_\nu \to \bar{\nu}_e$, et le contraire si l'ordre des masses est inverse ($\Delta m^2_{31} < 0$).

Les effets de matière peuvent également être utilisés pour déterminer la hiérarchie de masse en étudiant la propagation des neutrinos atmosphériques dans la Terre (ORCA, PINGU, Hyper-Kamiokande). La méthode repose sur l'étude de la dépendance angulaire et en énergie de la probabilité de survie des neutrinos atmosphériques (sans distinction entre neutrinos et antineutrinos).

3.3 Oscillations à trois saveurs et effets de matière

Pour les expériences d'oscillation dans lesquelles les effets de matière ne peuvent pas être négligés, la formule (21) pour la probabilité d'oscillation $\nu_\mu \to \nu_e$ doit être remplacée par [3, 4]

$$\begin{aligned} P(\nu_\mu \to \nu_e) \;\simeq\;& \sin^2\theta_{23}\,\frac{\sin^2 2\theta_{13}}{(A-1)^2}\,\sin^2\left[(A-1)\Delta_{31}\right] + \alpha^2\cos^2\theta_{23}\,\frac{\sin^2 2\theta_{12}}{A^2}\,\sin^2(A\Delta_{31}) \\ &+ \alpha\,\frac{\cos\theta_{13}\sin 2\theta_{12}\sin 2\theta_{13}\sin 2\theta_{23}\cos\delta_{CP}}{A(1-A)}\,\cos\Delta_{31}\sin(A\Delta_{31})\sin\left[(1-A)\Delta_{31}\right] \\ &- \alpha\,\frac{\cos\theta_{13}\sin 2\theta_{12}\sin 2\theta_{13}\sin 2\theta_{23}\sin\delta_{\rm CP}}{A(1-A)}\,\sin\Delta_{31}\sin(A\Delta_{31})\sin\left[(1-A)\Delta_{31}\right]\,, \end{aligned} \tag{31}$$

où $\alpha \equiv \Delta m^2_{21}/\Delta m^2_{31}$, $\Delta_{31} \equiv \Delta m^2_{31} L/4E$ et les effets de matière sont contenus dans le paramètre $A \equiv 2VE/\Delta m^2_{31} = 2\sqrt{2}\,G_F n_e E/\Delta m^2_{31}$. L'expression correspondante pour la probabilité d'oscillation $\bar{\nu}_\mu \to \bar{\nu}_e$ s'obtient en changeant les signes de la phase $\delta_{\rm CP}$ et du paramètre A. La formule (31) est un développement au deuxième ordre en α et en $\sin\theta_{13}$, et suppose une densité d'électrons n_e constante, ce qui est une bonne approximation jusqu'à de très grandes distances, de l'ordre de 11.000 km. Elle est valable pour des faisceaux d'énergie $E \gtrsim 0.34\,\text{GeV}\,(2.8\,\text{g.cm}^{-3}/\rho)$, où ρ est la densité de matière dans le manteau terrestre exprimée en g.cm^{-3} (pour des énergies inférieures, les effets de matière associés à Δm^2_{21} doivent être pris en compte [4]).

Les termes de l'équation (31) sont en correspondance avec ceux de la probabilité d'oscillation dans le vide (21): le premier terme correspond aux oscillations dominantes, gouvernées par Δm^2_{31} et θ_{13}, et le deuxième aux oscillations gouvernées par Δm^2_{21}. Les troisième et quatrième termes sont proportionnels à $J \cot\delta_{\rm CP}$ et à J, respectivement, où $J = \cos\theta_{13}\sin 2\theta_{12}\sin 2\theta_{13}\sin 2\theta_{23}\sin\delta_{\rm CP}/8$ est l'invariant de Jarlskog; le troisième terme est donc proportionnel à $\cos\delta_{\rm CP}$ et invariant sous CP, tandis que le quatrième, proportionnel à $\sin\delta_{\rm CP}$, viole la symétrie CP.

Le paramètre A peut s'écrire $A = n_e \cos 2\theta_{13}/n_{\rm res}$, où $n_{\rm res} = \Delta m^2_{31}\cos 2\theta_{13}/(2\sqrt{2}\,G_F E)$ est la densité résonnante associée à Δm^2_{31}. Il quantifie donc l'importance des effets de matière sur les oscillations gouvernées par Δm^2_{31}: plus A est petit, plus les effets de matière sont faibles (puisque $A \ll 1$ correspond à $n_e \ll n_{\rm res}$). Comme nous l'avons souligné dans la section 2.4, le défi expérimental consistera à distinguer les effets de matière de la violation de CP, puisque tous deux induisent une asymétrie entre les oscillations $\nu_\mu \to \nu_e$ et $\bar{\nu}_\mu \to \bar{\nu}_e$, qui dépend du signe de Δm^2_{31} pour les effets de matière, et de la valeur de la phase $\delta_{\rm CP}$ pour la violation de CP.

4 Neutrinos stériles

Un certain nombre d'anomalies expérimentales (LSND, MiniBooNE, anomalies du gallium et des réacteurs), qui font l'objet de discussions, pourraient s'expliquer par l'existence d'un quatrième neutrino, ayant une masse de l'ordre de l'eV et se mélangeant avec les trois neutrinos du Modèle Standard. Le nombre de neutrinos légers *actifs* (c'est-à-dire se couplant aux bosons W et Z) étant limité à trois par la mesure de la largeur invisible du Z, un tel neutrino devrait nécessairement être *stérile*. Insensibles à l'intraction faible, les neutrinos stériles n'interagissent qu'à travers leur mélange avec les neutrinos actifs ν_{eL}, $\nu_{\mu L}$, $\nu_{\tau L}$, dont ils affectectent les oscillations (à condition qu'ils soient suffisamment légers).

L'existence de neutrinos stériles dans le domaine de l'eV est défavorisée par les observations cosmologiques, qui contraignent le nombre de neutrinos légers ($N_{\text{eff}} = 3.15 \pm 0.23$ (68% C. L.) [1]) et placent une borne supérieure sur la somme des masses des neutrinos, même si ces contraintes dépendent du modèle cosmologique et des données considérées.

D'un point de vue théorique, l'existence de neutrinos stériles est prédite par les modèles dans lesquels les masses des neutrinos du Modèle Standard sont engendrées par leurs interactions avec des neutrinos de Majorana lourds, comme dans le mécanisme de seesaw. En effet, ce mécanisme conduit à six neutrinos de Majorana, dont trois s'identifient avec les neutrinos actifs du Modèle Standard, les trois autres étant des neutrinos stériles se mélangeant aux premiers. Si l'on renonce à expliquer les masses des neutrinos actifs de manière "naturelle" (de sorte que $m_\nu \sim v^2/\Lambda$, où Λ est de l'ordre de grandeur des masses des neutrinos stériles, qui sont alors extrêmement massifs), les masses de ces neutrinos stériles sont a priori arbitraire, et peuvent s'échelonner de l'électron-volt à l'échelle caractéristique des théories de Grande Unification. La prédiction théorique est que plus ces neutrinos stériles sont légers, plus leur mélange avec les neutrinos actifs est grand. D'éventuels neutrinos stériles dans le domaine de l'eV devraient donc avoir des probabilités d'oscillation significatives avec les neutrinos du Modèle Standard, et être accessibles expérimentalement.

Dans ce qui suit, nous nous restreignons au cas de neutrinos stériles légers, susceptibles d'affecter les oscillations des neutrinos à courte distance.

4.1 Effet des oscillations actif-stérile

En présence de n neutrinos stériles légers, la matrice PMNS est une matrice unitaire de taille $(3+n)$ reliant les états propres de masse ν_{1L}, ν_{2L}, $\ldots \nu_{(3+n)L}$ aux états propres de saveur ν_{eL}, $\nu_{\mu L}$, $\nu_{\tau L}$, $\nu_{s_1 L}$, $\ldots \nu_{s_n L}$. Dans le cas d'un seul neutrino stérile ($n = 1$), on a:

$$\begin{pmatrix} \nu_e(x) \\ \nu_\mu(x) \\ \nu_\tau(x) \\ \nu_s(x) \end{pmatrix}_L = U \begin{pmatrix} \nu_1(x) \\ \nu_2(x) \\ \nu_3(x) \\ \nu_4(x) \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} & U_{e4} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} & U_{\mu 4} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} & U_{\tau 4} \\ U_{s1} & U_{s2} & U_{s3} & U_{s4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1(x) \\ \nu_2(x) \\ \nu_3(x) \\ \nu_4(x) \end{pmatrix}_L . \tag{32}$$

La probabilité d'oscillation à $(3+n)$ saveurs est donnée par la même formule (5) que dans le cas de trois saveurs, mais avec $\alpha = e, \mu, \tau, s_1 \ldots s_n$ et $i = 1, 2, 3, 4 \ldots (3+n)$. En pratique, comme les neutrinos stériles ne sont pas détectables, nous ne nous intéressons qu'aux oscillations entre neutrinos actifs, qui font intervenir la matric tronquée $\{U_{\alpha i}\}_{\alpha=e,\mu,\tau;\, i=1\ldots(3+n)}$ au lieu de la matrice PMNS complète de taille $(3+n)$. Cette matrice tronquée est paramétrée par $3(n+1)$ angles de mélange, $2n+1$ "phases de Dirac" et, dans le cas de neutrinos de Majorana, $n+2$ "phases de Majorana". S'il n'existe qu'un seul neutrino stérile ($n = 1$), il y a trois angles de mélange supplémentaires par rapport au cas standard, que l'on note θ_{14}, θ_{24} et θ_{34}. On peut aussi paramétrer le mélange actif-stérile par les coefficients U_{e4}, $U_{\mu 4}$ et $U_{\tau 4}$ de la matrice PMNS. Si l'on écrit cette dernière sous la forme $U = U_{34}U_{24}U_{14}U_{23}U_{13}U_{12}P$, où U_{ij} est une rotation unitaire dans le plan (i, j) et P une matrice diagonale contenant les phases de Majorana ($P = \mathbf{1}$ pour des neutrinos de Dirac), on a (en omettant les phases)

$$U_{e4} = s_{14}\,, \quad U_{\mu 4} = c_{14}s_{24}\,, \quad U_{\tau 4} = c_{14}c_{24}s_{34}\,, \tag{33}$$

où $c_{ij} \equiv \cos\theta_{ij}$ et $s_{ij} \equiv \sin\theta_{ij}$.

Considérons le cas d'un quatrième neutrino de masse $m_4 \gg m_{1,2,3}$, nettement séparé des autres états propres de masse. On a donc:

$$\Delta m^2_{\rm SBL} \equiv \Delta m^2_{41} \simeq \Delta m^2_{42} \simeq \Delta m^2_{43} \;\gg\; |\Delta m^2_{31}|,\, |\Delta m^2_{32}|,\, \Delta m^2_{21}\,. \tag{34}$$

Ce spectre de masse est compatible avec les anomalies expérimentales, qui pourraient s'expliquer par un nouveau type d'oscillations, gouvernées par $\Delta m^2_{\rm SBL} \sim 1\,{\rm eV}^2$. Si l'on s'intéresse aux oscillations à courte distance pour lesquelles $\Delta m^2_{\rm atm} L/E \ll \Delta m^2_{SBL} L/E \lesssim 1$, on peut, en bonne approximation, imposer $\Delta m^2_{31} = \Delta m^2_{21} = 0$ dans la formule d'oscillation à 3+1 saveurs (ce qui implique $\Delta m^2_{43} = \Delta m^2_{42} = \Delta m^2_{41} \equiv \Delta m^2_{SBL}$). On obtient ainsi

$$P(\nu_\alpha \to \nu_\alpha) \;=\; 1 - \sin^2 2\theta^{\rm SBL}_{\alpha\alpha} \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{41} L}{4E}\right), \qquad \sin^2 2\theta^{\rm SBL}_{\alpha\alpha} \;\equiv\; 4\,|U_{\alpha 4}|^2 \left(1 - |U_{\alpha 4}|^2\right), \tag{35}$$

pour les probabilités de disparition, et

$$P(\nu_\alpha \to \nu_\beta) \;=\; \sin^2 2\theta^{\rm SBL}_{\alpha\beta} \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{41} L}{4E}\right), \qquad \sin^2 2\theta^{\rm SBL}_{\alpha\beta} \;\equiv\; 4\,|U_{\alpha 4} U_{\beta 4}|^2 \qquad (\beta \neq \alpha)\,, \tag{36}$$

pour les probabilités d'apparition. Notons que la probabilité d'apparition à courte distance (36) est la même pour les neutrinos et les antineutrinos. Pour la disparition d'antineutrinos de réacteur et la disparition de $\nu_\mu/\bar\nu_\mu$ d'accélérateur, on a respectivement:

$$\sin^2 2\theta^{\rm SBL}_{ee} \;=\; 4\,|U_{e4}|^2 \left(1 - |U_{e4}|^2\right) \;=\; \sin^2 2\theta_{14}\,, \tag{37}$$

$$\sin^2 2\theta^{\rm SBL}_{\mu\mu} \;=\; 4\,|U_{\mu 4}|^2 \left(1 - |U_{\mu 4}|^2\right) \;=\; \cos^2\theta_{14} \sin^2 2\theta_{24} + \sin^4\theta_{24} \sin^2 2\theta_{14}\,, \tag{38}$$

tandis que pour l'apparition de $\nu_e(\bar\nu_e)$ dans un faisceau de $\nu_\mu(\bar\nu_\mu)$:

$$\sin^2 2\theta^{\rm SBL}_{\mu e} \;=\; 4\,|U_{\mu 4} U_{e4}|^2 \;=\; \sin^2\theta_{24} \sin^2 2\theta_{14}\,. \tag{39}$$

Comme un mélange d'ordre 1 entre le neutrino stérile et les neutrinos actifs affecterait aussi les oscillations à longue distance (y compris les oscillations des neutrinos solaires et atmosphériques), les angles de mélange θ_{14} et θ_{24} (ou, ce qui revient au même, les coefficients U_{e4} et $U_{\mu 4}$ de la matrice PMNS) ne peuvent pas être grands. On peut donc faire les approximations $1 - |U_{e4}|^2 \simeq 1$ et $1 - |U_{\mu 4}|^2 \simeq 1$ dans les équations (37) et (38), pour obtenir la relation

$$\sin^2 2\theta^{\rm SBL}_{\mu e} \;\simeq\; \frac{1}{4} \sin^2 2\theta^{\rm SBL}_{ee} \sin^2 2\theta^{\rm SBL}_{\mu\mu}\,, \tag{40}$$

qui, compte tenu des contraintes expérimentales sur la disparition de ν_e et ν_μ, fournit une limite supérieure sur les oscillations $\nu_\mu \to \nu_e$ à courte distance.

Finalement, discutons brièvement le cas de deux neutrinos stériles. Considérons le spectre "3+2", dans lequel les deux états propres de masse les plus lourds, qui sont essentiellement des neutrinos stériles, sont séparés des trois autres: $m_5 > m_4 \gg m_{1,2,3}$. Dans ce cas, les oscillations à courte distance avec $\Delta m^2_{\rm atm} L/E \ll \Delta m^2_{41} L/E < \Delta m^2_{51} L/E \lesssim 1$ dépendent de deux différences de carrés de masses indépendantes, Δm^2_{41} et Δm^2_{51}. Les probabilités de disparition à courte distance sont données par

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \to \nu_\alpha) \;=\; & 1 - 4\,|U_{\alpha 4}|^2 \left(1 - |U_{\alpha 4}|^2 - |U_{\alpha 5}|^2\right) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{41} L}{4E}\right) \\ & - 4\,|U_{\alpha 5}|^2 \left(1 - |U_{\alpha 4}|^2 - |U_{\alpha 5}|^2\right) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{51} L}{4E}\right) - 4\,|U_{\alpha 4} U_{\alpha 5}|^2 \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{54} L}{4E}\right), \end{aligned} \tag{41}$$

tandis que pour les probabilités d'apparition:

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \to \nu_\beta) \;=\;& 4\,|U_{\alpha 4}U_{\beta 4}|^2 \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{41}L}{4E}\right) + 4\,|U_{\alpha 5}U_{\beta 5}|^2 \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{51}L}{4E}\right) \\ & + 8\,|U_{\alpha 4}U_{\beta 4}U_{\alpha 5}U_{\beta 5}|\,\sin\left(\frac{\Delta m^2_{41}L}{4E}\right)\sin\left(\frac{\Delta m^2_{51}L}{4E}\right)\cos\left(\frac{\Delta m^2_{54}L}{4E} - \eta\right), \end{aligned} \tag{42}$$

où $\eta \equiv \arg\left(U_{\alpha 4}U^*_{\beta 4}U^*_{\alpha 5}U_{\beta 5}\right)$. Pour les oscillations $\bar{\nu}_\alpha \to \bar{\nu}_\beta$, le signe $-$ devant la phase η dans l'équation (42) doit être remplacé par un signe $+$. La violation de CP est donc possible dans les expériences d'apparition à court distance, à condition qu'il existe deux neutrinos stériles. Le prix à payer pour cela est un plus grand nombre de paramètres que dans le cas d'un seul neutrino stérile, et une tension plus forte avec les observations cosmologiques.

References

[1] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], Astron. Astrophys. **594** (2016) A13 doi:10.1051/0004-6361/201525830 [arXiv:1502.01589 [astro-ph.CO]].

[2] I. Esteban, M. C. Gonzalez-Garcia, M. Maltoni, I. Martinez-Soler and T. Schwetz, JHEP **1701** (2017) 087 doi:10.1007/JHEP01(2017)087 [arXiv:1611.01514 [hep-ph]].

[3] A. Cervera, A. Donini, M. B. Gavela, J. J. Gomez Cadenas, P. Hernandez, O. Mena and S. Rigolin, Nucl. Phys. B **579** (2000) 17 Erratum: [Nucl. Phys. B **593** (2001) 731] doi:10.1016/S0550-3213(00)00606-4, 10.1016/S0550-3213(00)00221-2 [hep-ph/0002108].

[4] M. Freund, Phys. Rev. D **64** (2001) 053003 doi:10.1103/PhysRevD.64.053003 [hep-ph/0103300].