



# Ecole IN2P3: Electronique Analogique Gérer le Bruit

Référence **CENSEA17100052-00**

Présenté le : 24/09/2018



Indice	Evolution	Date
00	Création	15/09/2018

Action	Nom	Fonction/Entité	Date	Visa
Rédigé par	F. Druillole	Responsable CENBG/SEA	14/09/2018	
Vérifié par				
Vérifié par				
Approuvé par				
Approuvé par				

# Documents de référence Projet

<b>Document</b>	<b>Référence</b>	<b>Emetteur</b>	<b>Date</b>
Bruit de fond et mesures – Aspects Théoriques	R310V2	Techniques de l'ingénieur	18/12/2006
Bruit de fond et mesures – Mesures et applications en conception	R311V1	Technique de l'ingénieur	18/12/2006
Op Amp Noise Theory and Applications	SLOA082	Texas Instruments	
NOISE ANALYSIS OF FET TRANSIMPEDANCE AMPLIFIERS	SBOA060	BurrBrown	02/1994

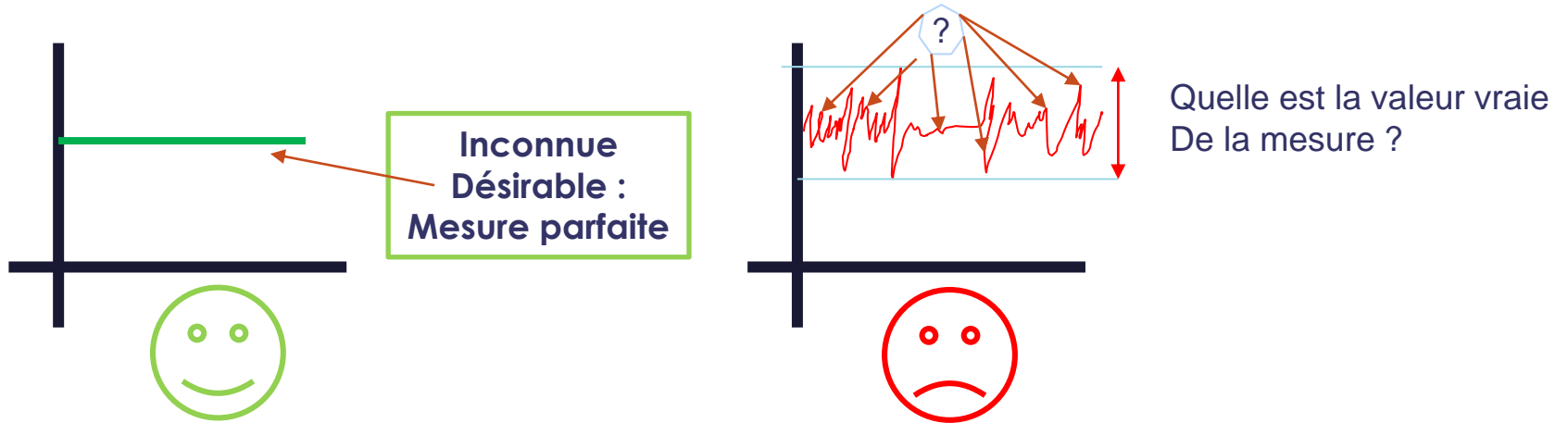
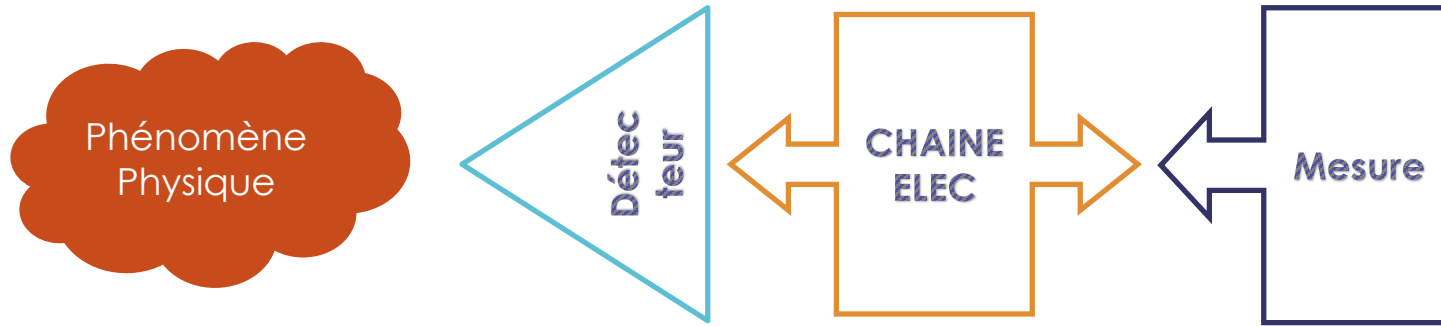
# **ECOLE IN2P3 : ETUDE DU BRUIT**

**Quels choix, Quels niveaux de bruit, Impact du  
traitement du bruit**

**ROSCOFF 23 au 28 Septembre 2018**



# Introduction



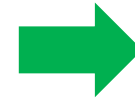
POURQUOI !!!!



Connaître  
les phénomènes

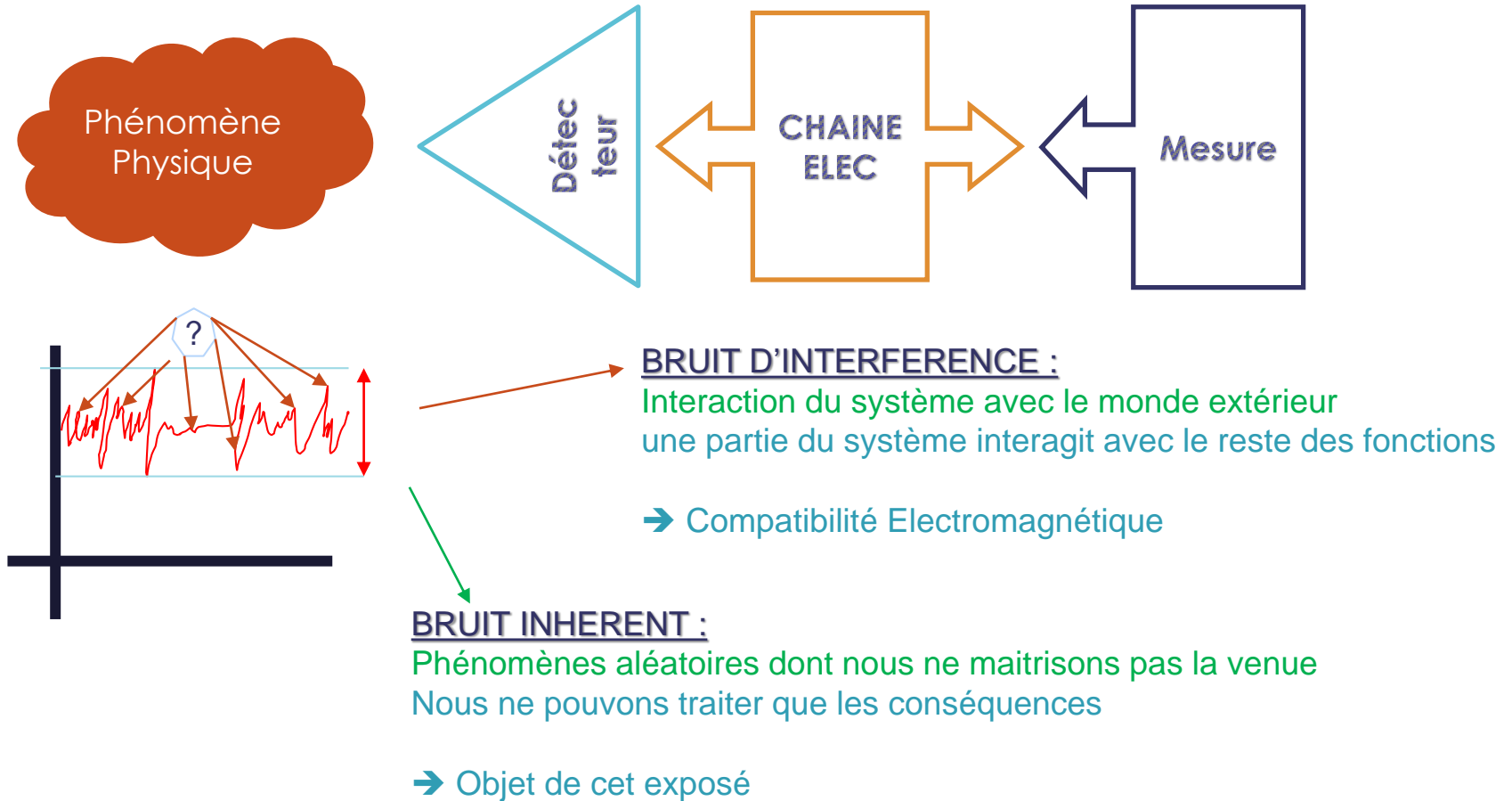


Comprendre  
les phénomènes

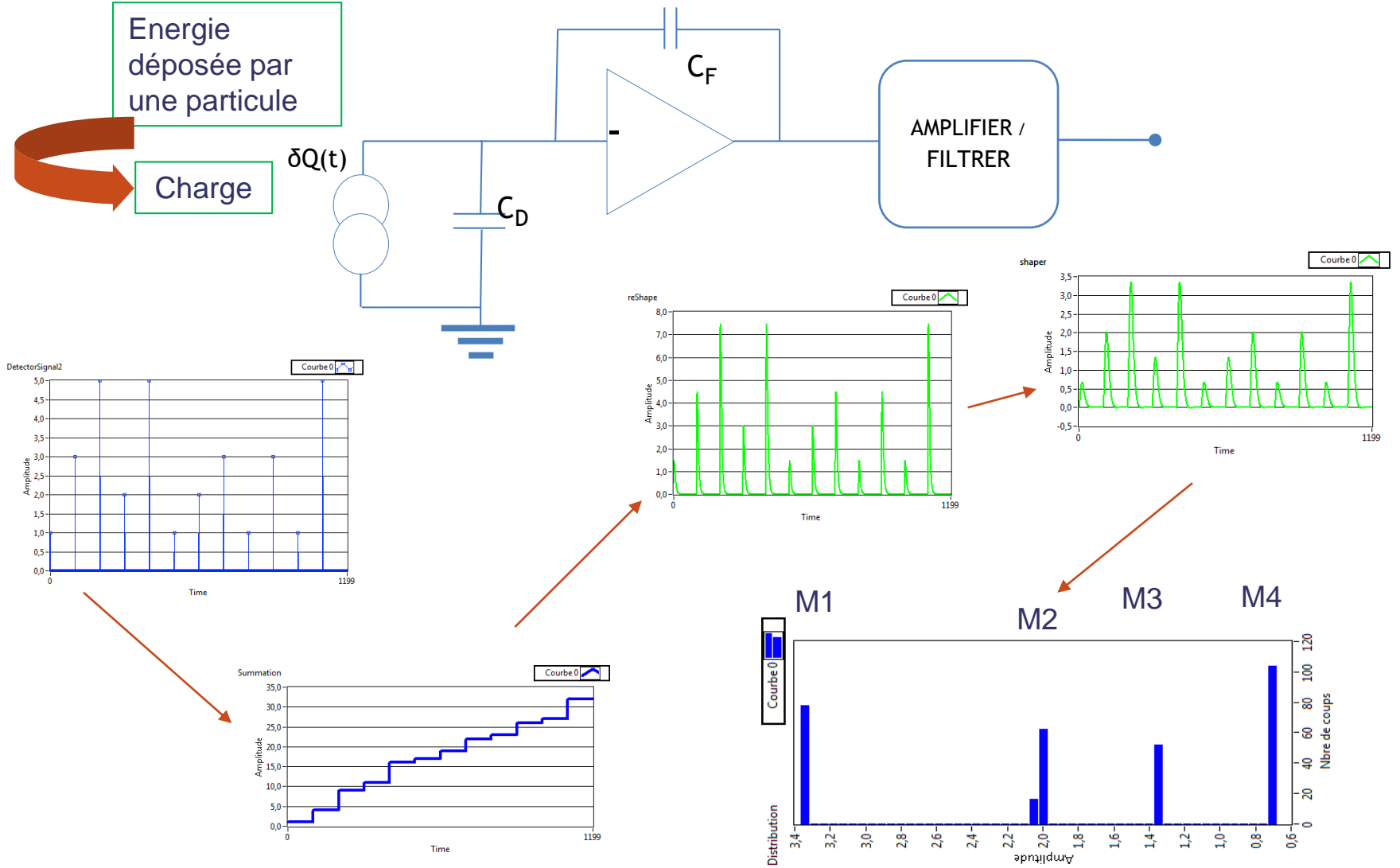


Maîtriser, influencer sur  
les phénomènes

# Introduction

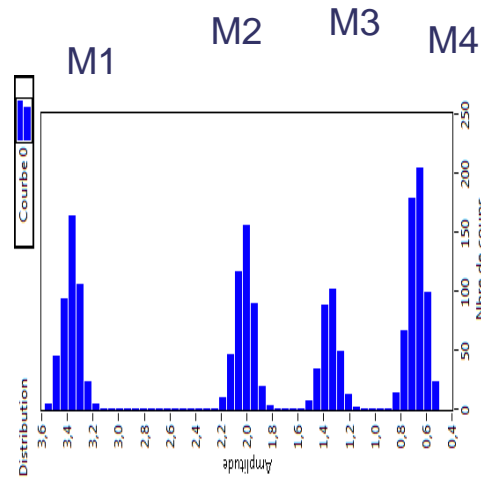
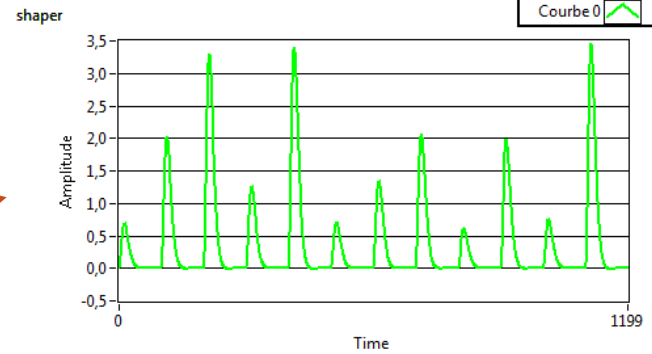
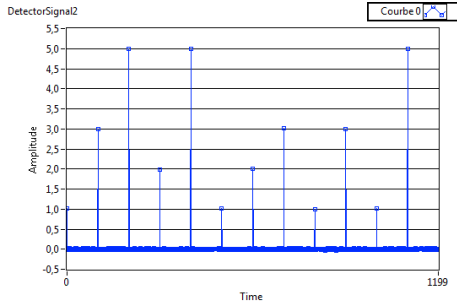
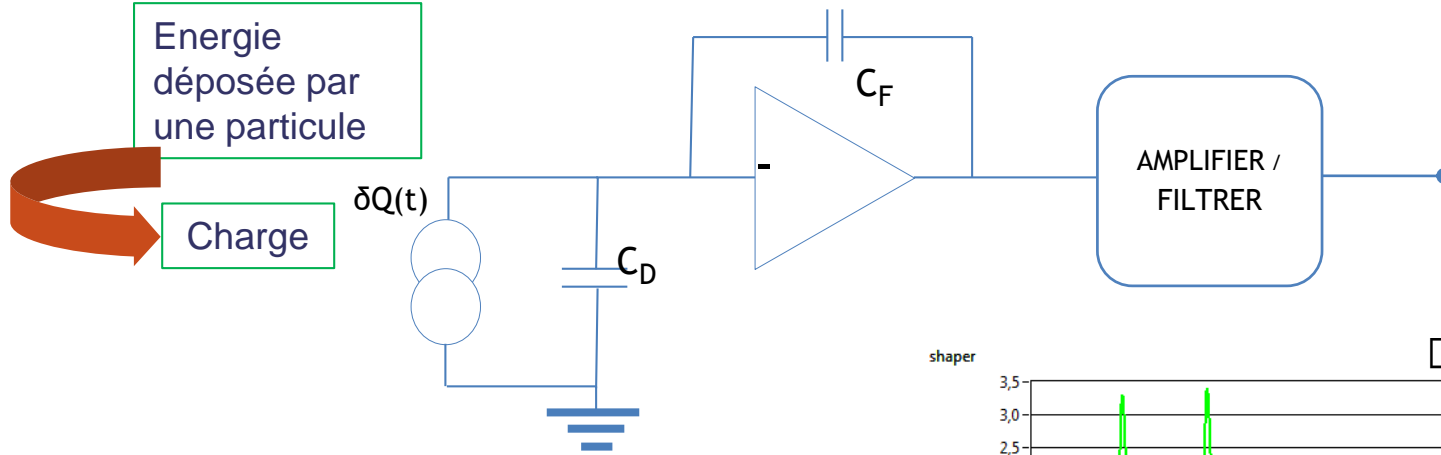


# Problématique

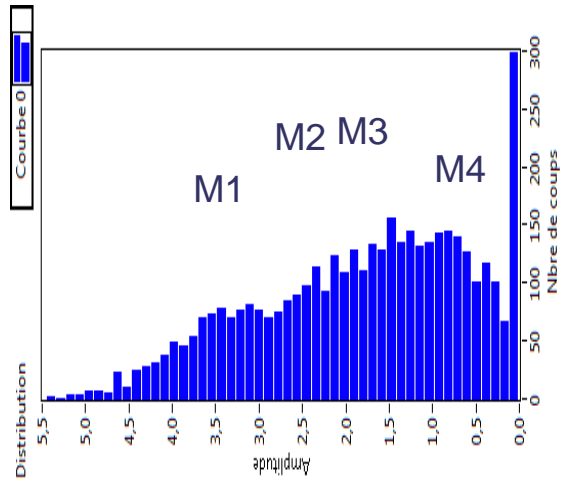
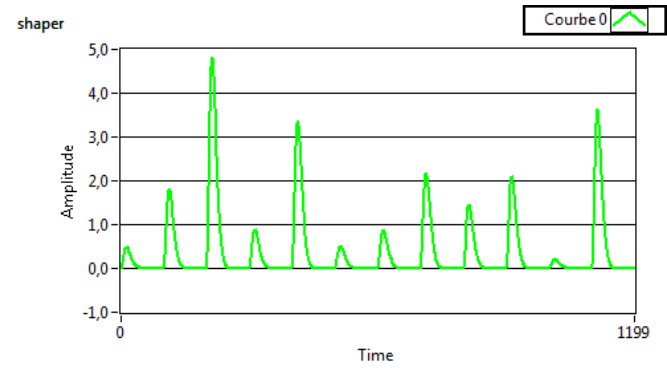
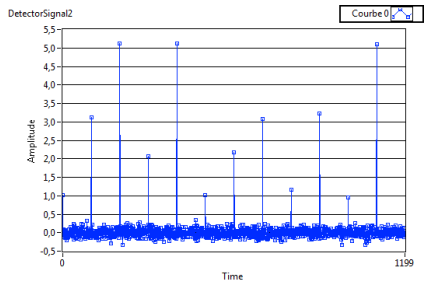
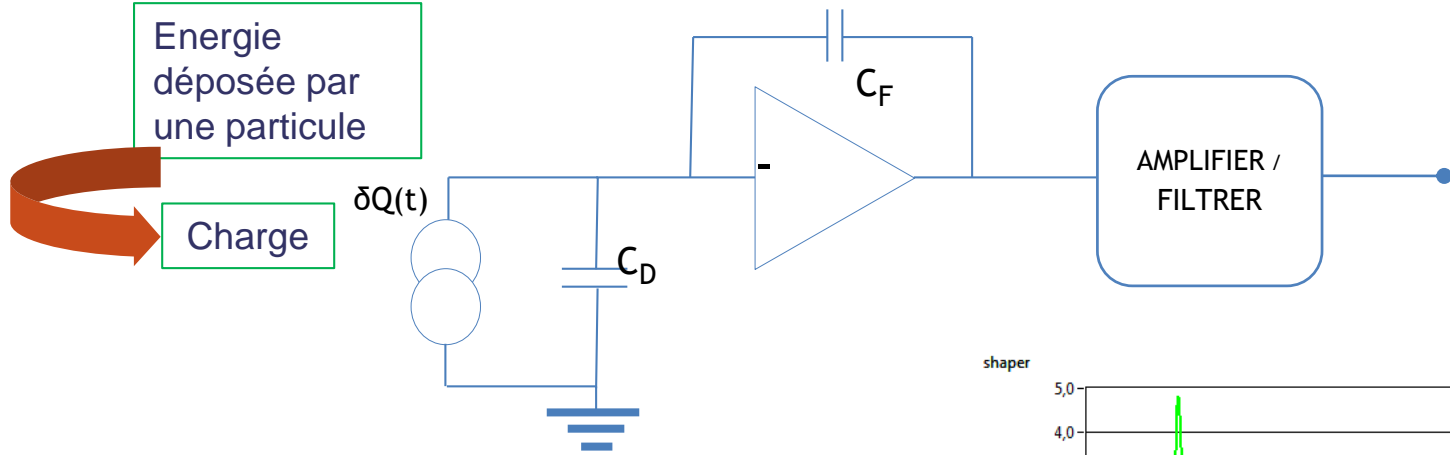




# Problématique



# Problématique



Ligne de Base



- **La mesure** n'est pas constante
- Elle a un **intervalle** de valeurs possibles.
- ➔ Cette intervalle définit **la résolution** du système de mesure.

*L'étude du bruit consiste à comprendre, à quantifier et à optimiser cette intervalle de valeurs possibles pour obtenir la meilleure probabilité d'avoir une mesure proportionnelle à l'énergie constante déposée dans le détecteur par la particule à l'étude.*

- ➔ **Les types de bruits**
- ➔ **Les outils statistiques**
- ➔ **Analyse du bruit**
- ➔ **Les modèles de bruit**
- ➔ **Exemple d'Etude**

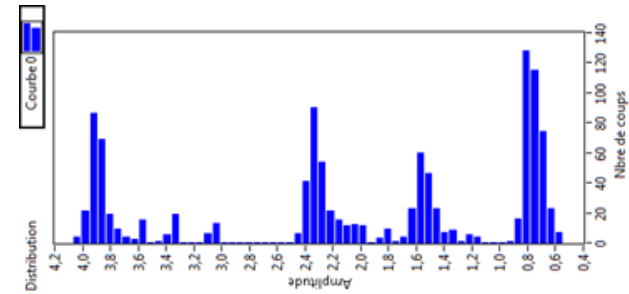
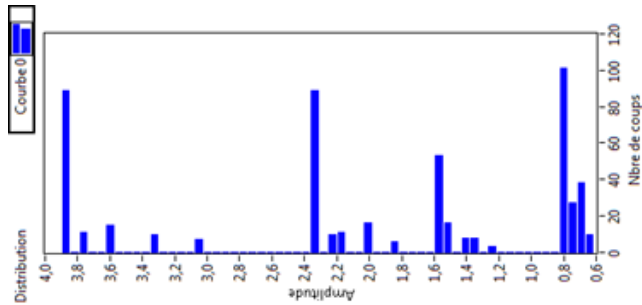
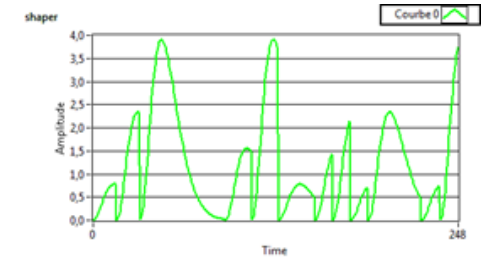
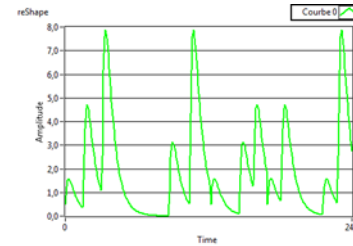
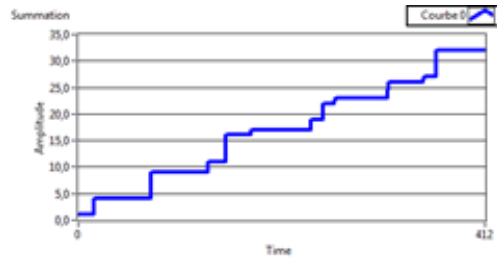
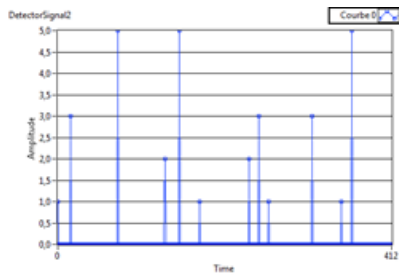
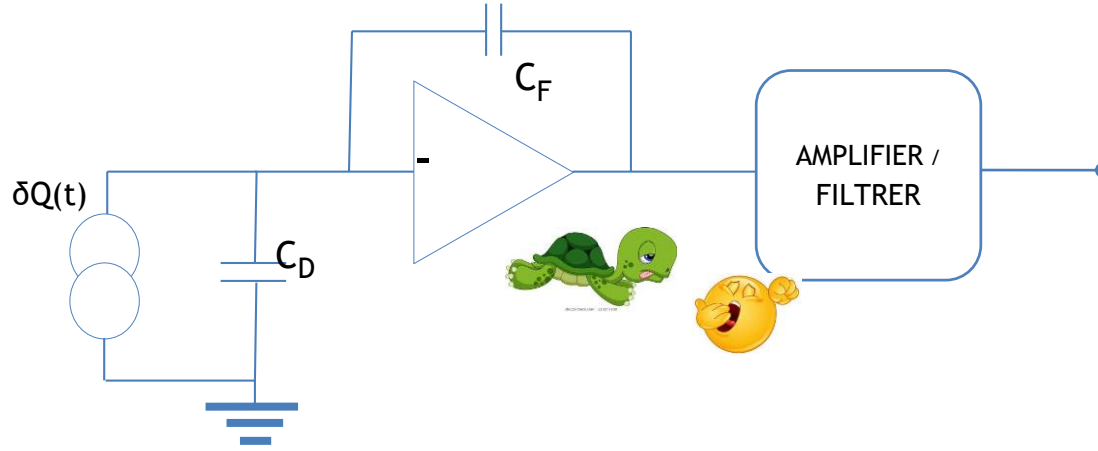
## Les bruits typiques (1)

On peut considérer cinq phénomènes qui peuvent entacher la mesure d'une erreur statistique:

- L'empilement
- Le déficit balistique
- Le cross-talk
- Le bruit du détecteur ou du capteur
- Le bruit de la chaîne électronique de mesure

$$\sigma^2_{\text{total}} = \sigma^2_{\text{det}} + \sigma^2_{\text{pu}} + \sigma^2_{\text{ba}} + \sigma^2_{\text{elec}}$$

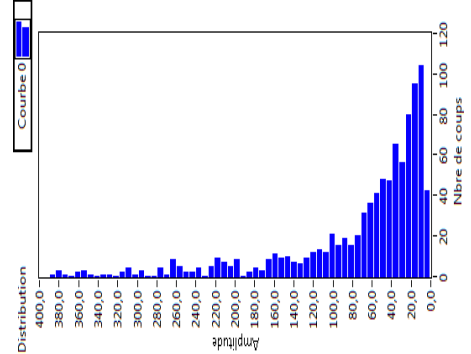
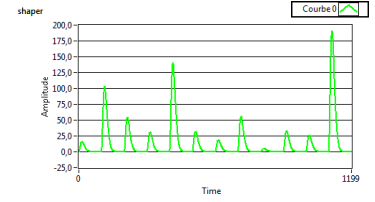
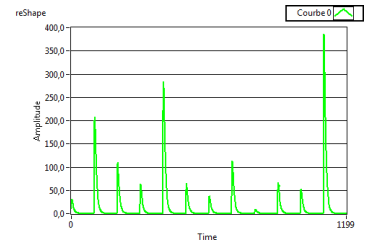
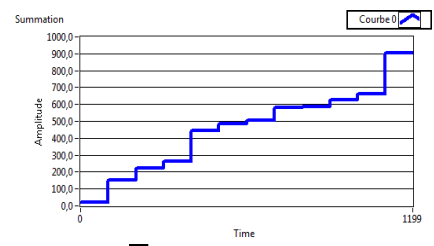
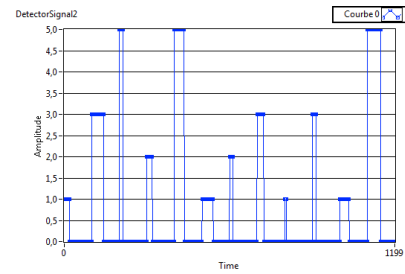
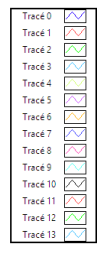
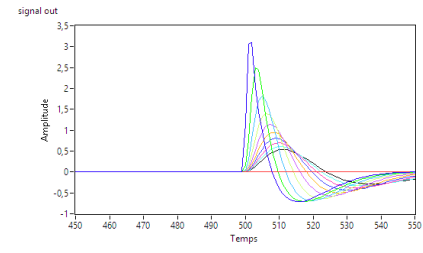
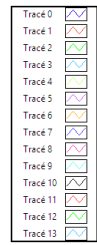
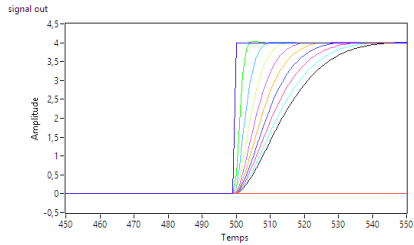
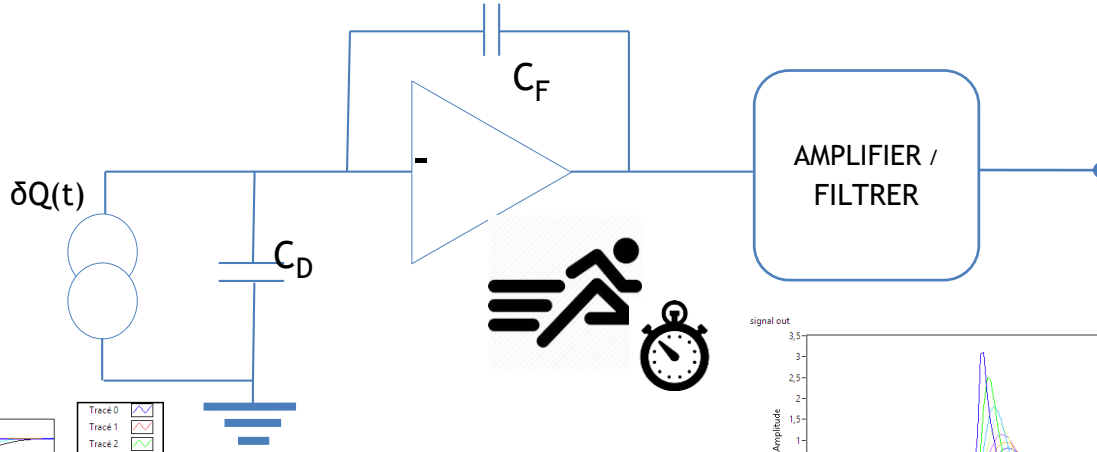
# Les bruits typiques (2) : Empilements



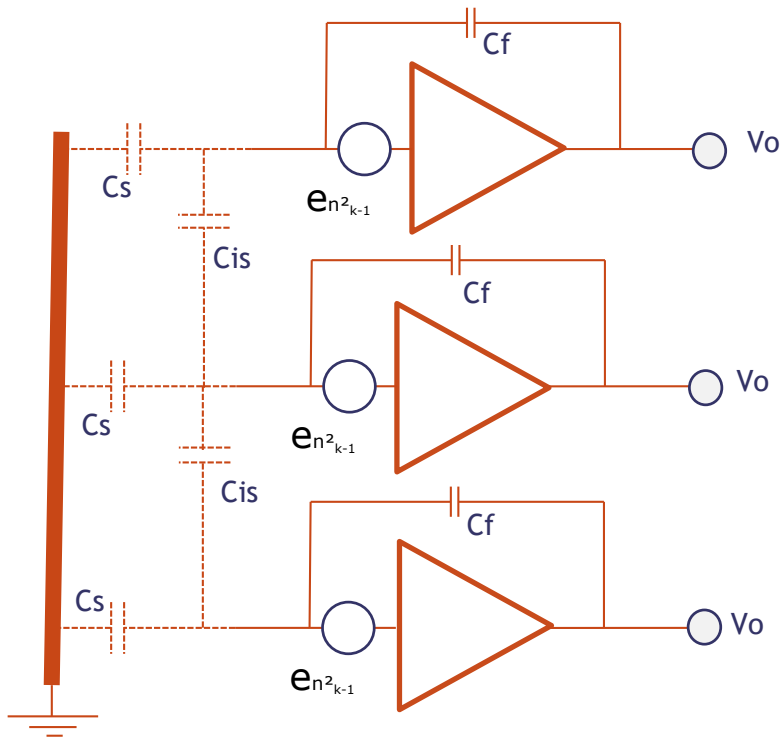
Sans bruit

Avec bruit

# Les bruits typiques (3) : Deficit balistique



## Les bruits typiques (4) : crosstalk



$$v_o^2 = e_{n^2_k} \cdot [(2C_{is} + C_s + C_f)^2 + 2C^2_{is}] / C^2_f$$

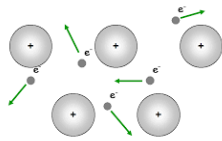
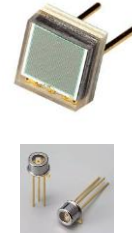
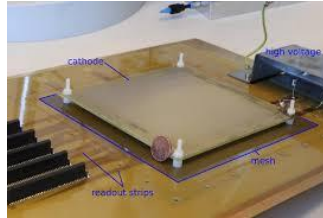
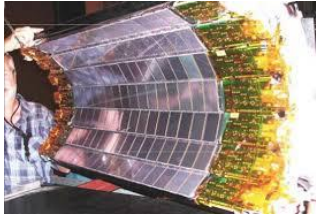
Capacité plan :

$$C = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot S / ep$$

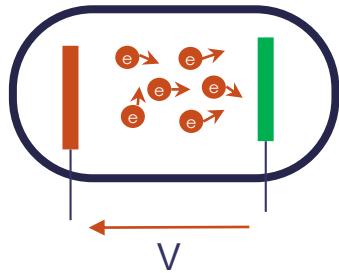
### Crosstalk influence :

- Le Bruit
- Le Signal
- Les interférences

# Les bruits typiques (5): bruit des détecteurs



On a une circulation naturelle des électrons  
 → **courant continu dans le temps**



$$i = \frac{n \cdot e \cdot v}{l}$$

$$\langle di \rangle^2 = \left( \frac{n \cdot e}{l} \langle dv \rangle \right)^2 + \left( \frac{e \cdot v}{l} \langle dn \rangle \right)^2$$

- Porteurs et leur vitesse statistiquement non corrélés
- Variation du nombre de porteur
- Variation de leur vitesse

Bruit thermique, constante jusqu'à la limite de Planck

La variation du nombre de porteurs a plusieurs origines :

- **Emission de porteurs à travers une barrière de potentiel** : « shot noise » et à un spectre blanc (constant).
- **Piégeage de porteurs dans les impuretés des semi-conducteurs ou des gaz** : spectre de puissance de bruit dépendant inversement de la fréquence



## Les bruits typiques (6): Bruit de la chaîne électronique

En temps qu'électronicien :

→ **comprendre et maîtriser** l'ensemble des composants de la chaîne de traitement de signal analogique

- les résistances, les capacités, les inductances et les transistors.

→ **des composants imparfaits**

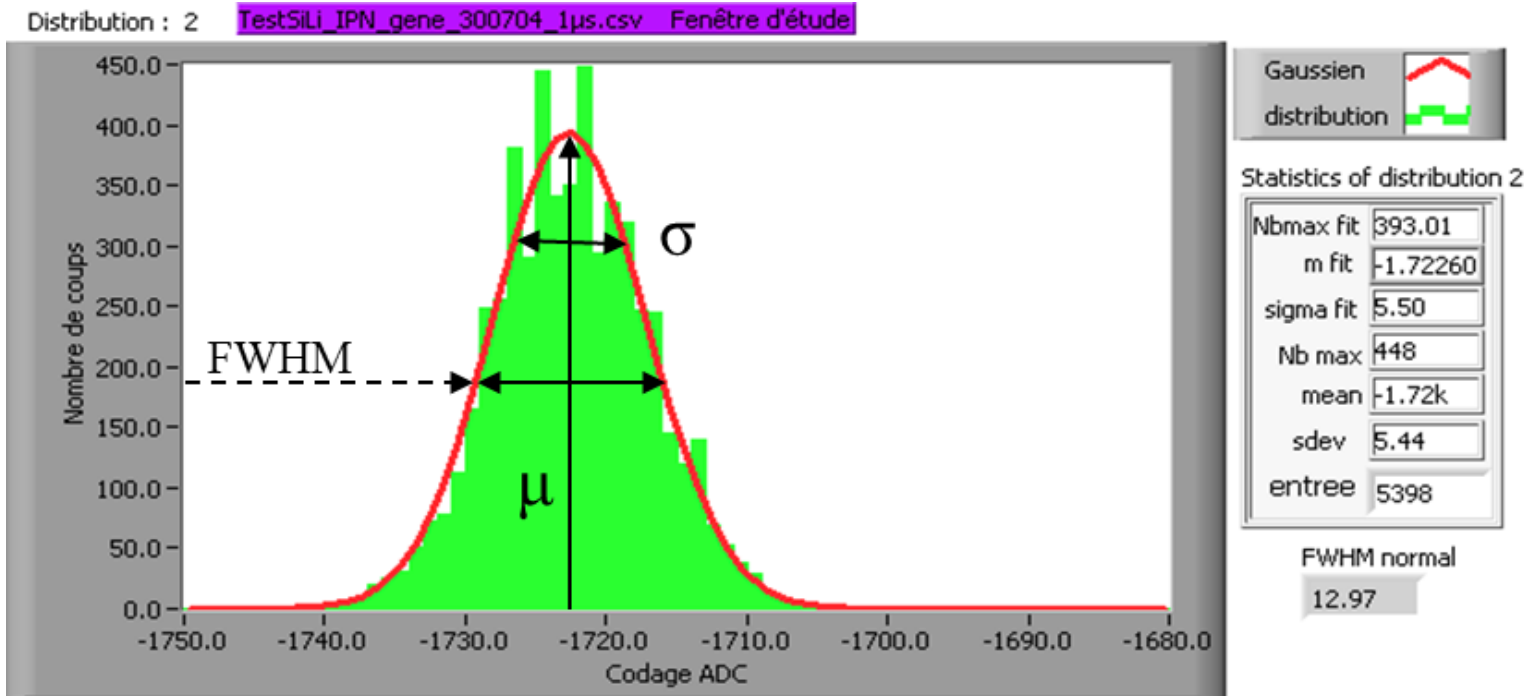
- des phénomènes naturels génèrent une fluctuation aléatoire des courants et tensions.

**Objectif** : comprendre le nature **statistique** des différents phénomènes pour les minimiser  
avoir un signal utile bien supérieur aux signaux perturbant la mesure.

La résolution de la mesure dépend donc des différents bruits :

$$\sigma^2_{\text{total}} = \sigma^2_{\text{det}} + \sigma^2_{\text{pu}} + \sigma^2_{\text{ba}} + \sigma^2_{\text{elec}}$$

# Les outils statistiques (1): Introduction



Phénomène aléatoire est défini par:

- Une distribution au sens des statistique :
  - ✓ Modèle Normal, Poissonien, de Weibull, binomial
- Une moyenne
- Une médiane
- Une valeur RMS → écart-type si modèle OK
- Valeur FWHM → Facilité de mesure (Full Width Half Maximum)

## Les outils statistiques (2) : grandeurs statistiques usuelles

La **statistique** est la technique mathématique pour l'étude d'un ensemble de données observées, mesurées et les méthodes de recueils, d'analyse et de traitement de ces données. Chaque individu d'une population possède un ensemble de caractéristiques appelées variables aléatoires ou caractères. Pour chaque variable (une tension, un courant ou une charge dans notre cas), nous définissons N classes (intervalle de valeurs). Pour chaque classe, nous comptons le nombre de données dans l'intervalle et le nombre de données de la population à l'étude.

- La moyenne :  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^k f_i \cdot x_i$  avec  $f_i$  fréquence pour chaque classe.
- Les paramètres de dispersion :
  - L'étendue :  $W = x_{max} - x_{min}$
  - Variance :  $\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^k x_i^2 \cdot f_i$
  - L'écart-type :  $\sigma = \sqrt{Variance}$

L'écart-type n'étant pas facilement mesurable sur une distribution, il est plus utile d'utiliser la largeur totale de la distribution à mi-hauteur, notée FWHM.

**→ FWHM = 2.355 x écart-type.**

*La plupart des distributions des mesures sauf cas physique particulier (radioactivité avec une distribution poissonnienne) sera une distribution gaussienne, ou distribution normale.*

## Les outils statistiques (3) : Modèle Normal

Un variable aléatoire suit une loi normale ou gaussienne de paramètres  $(\mu, \sigma^2)$  si elle admet pour densité de probabilité (=distribution) la fonction  $f$  définie par :

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

En effet, le théorème central limite dit que la somme de distributions statistiques quelconques est une distribution gaussienne.

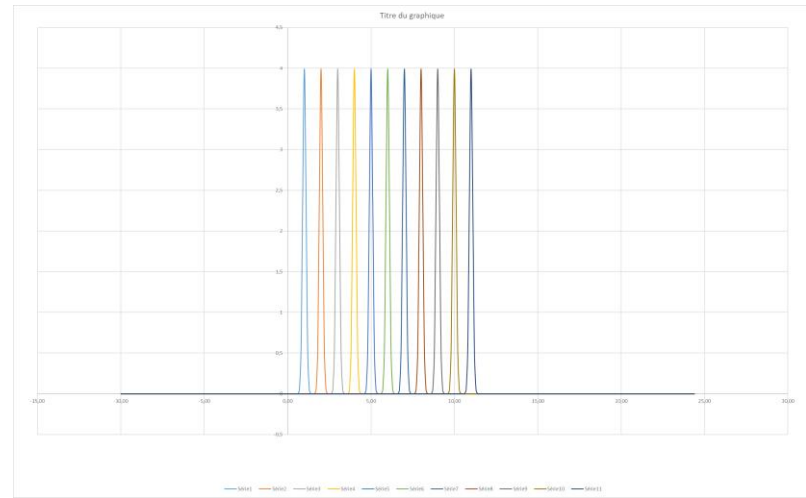
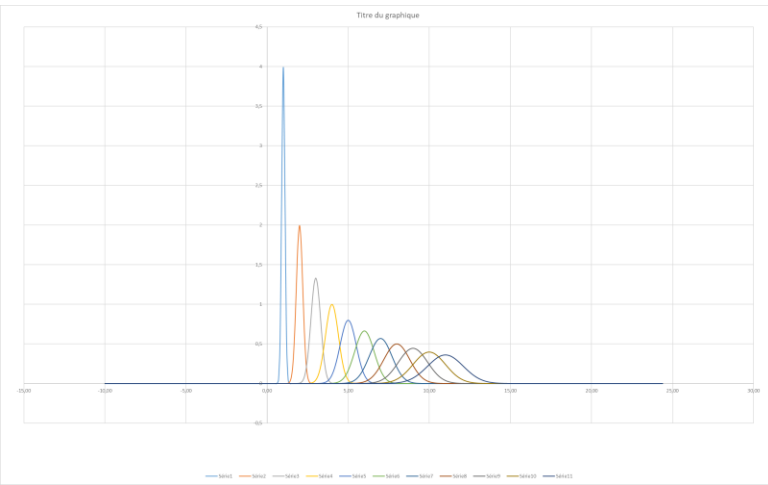
Si  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite de variable aléatoires, c.-à-d. de même espérance  $\mu$  et de même écart-type  $\sigma > 0$  alors, en posant  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ , on a :

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \xrightarrow{L} N(0,1)$$

Mesure --> ensemble de phénomènes aléatoires → distribution Normale / gaussienne

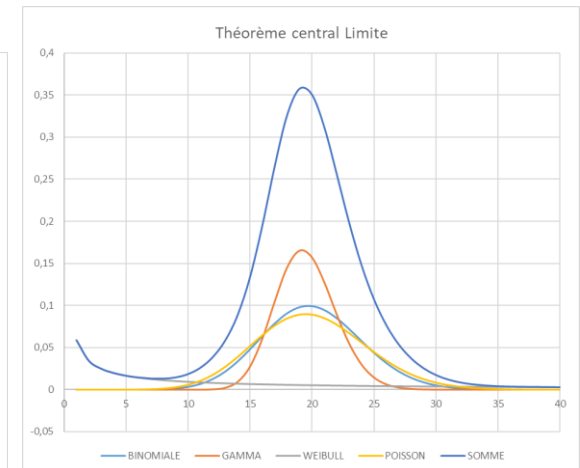
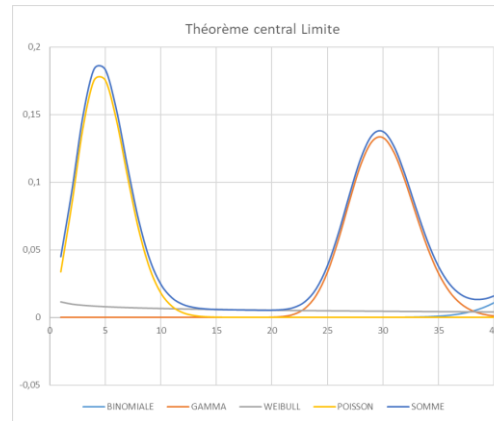
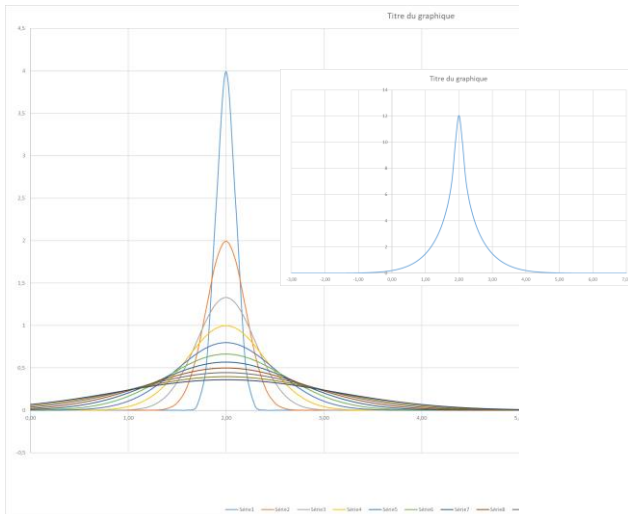
Sinon --> calcul des moments d'ordre supérieur → détermination de la loi statistique

# Les outils statistiques (4) : Théorème central limite



Param A	100	100	0,8	5
PARAM B	0,5	0,3	200	

Param A	100	65	0,3	20
Param B	0,2	0,3	100	



## Les outils statistiques (5): Analyse des signaux aléatoires

- Un ensemble de mesures contient un ensemble de variables aléatoires dû à la nature des phénomènes perturbatifs aléatoires.
- On peut donc analyser ces mesures en regardant leur interdépendance.
- la matrice de variance-covariance à l'aide des coefficients de covariance:

$$c_{x_1x_2} = E[(x_1 - m_{x_1})(x_2 - m_{x_2})]$$

$$C_{xx} = \begin{bmatrix} \vartheta_{x_1} & c_{x_1x_2} & c_{x_1x_n} \\ c_{x_1x_2} & \vartheta_{x_2} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{x_nx_1} & \dots & \vartheta_{x_n} \end{bmatrix}$$

**coefficient d'autocorrélation :**

$$\rho_{xx} = \frac{C_{xx}}{\sigma^2}$$

Si  $\rho_{xx} = 0$ , les mesures sont indépendantes entre elle.

Si  $\rho_{xx} = 1$ , les mesures sont dépendantes les unes des autres.

## Analyse temporelle du bruit :

### Hypothèses:

- **Stationnarité** : signaux issus d'un processus aléatoire
  - **Caractéristiques statistiques indépendantes du temps**
  - **Moyenne et écart-type constant**
  - **La matrice de variance – covariance est fonction d'une seule variable.** Fonction de corrélation
- **Ergodicité**: moyennes temporelles mesurées à un jour donné sont semblables à des moyennes d'ensemble effectué à un temps donné fixe et à des jours différents.

➔ L'analyse des signaux aléatoires à un moment donné possède les mêmes caractéristiques statistiques que les signaux pris plus loin dans le temps.

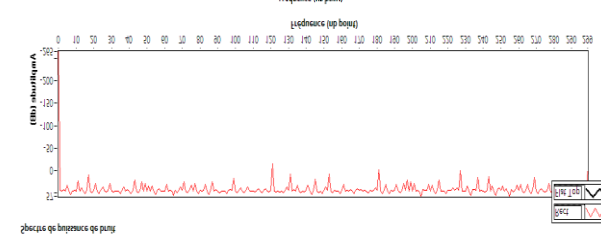
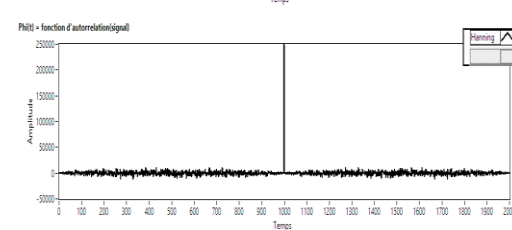
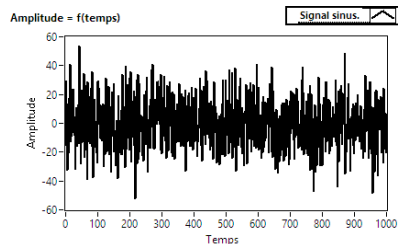
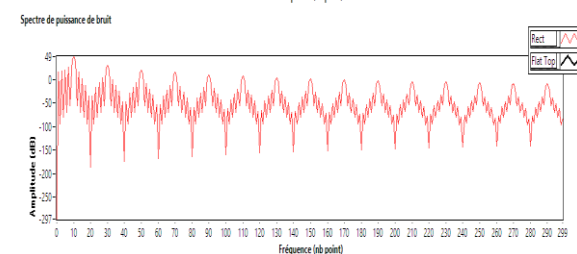
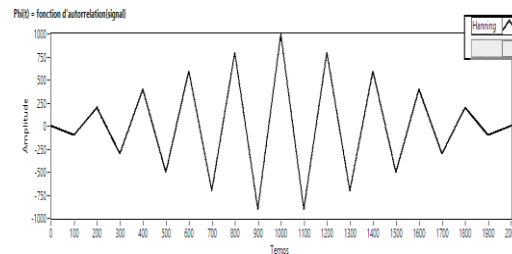
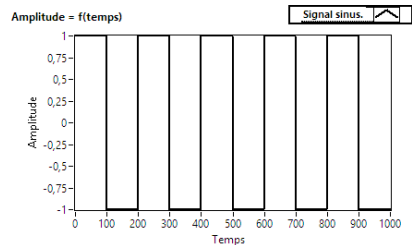
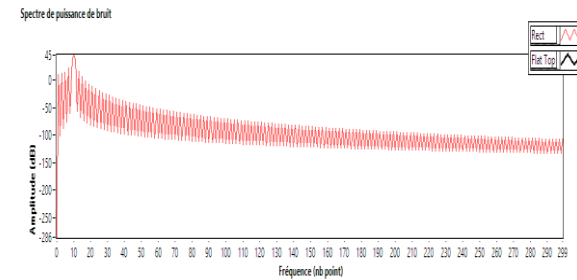
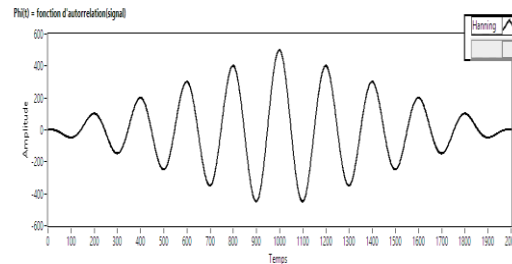
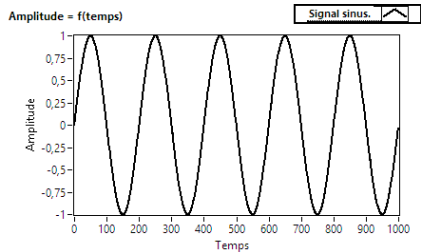
➔ Cela permet de définir le spectre en énergie du signal aléatoire

# Analyse temporelle du bruit :

$$P = \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{2T_1} \int_{-T_1}^{T_1} x^2(t) dt = \text{Variance}$$

Variance → fonction d'auto-correlation du signal aléatoire

→ Transformée de Fourier → Densité Spectrale de Puissance





## Analyse temporelle du bruit :

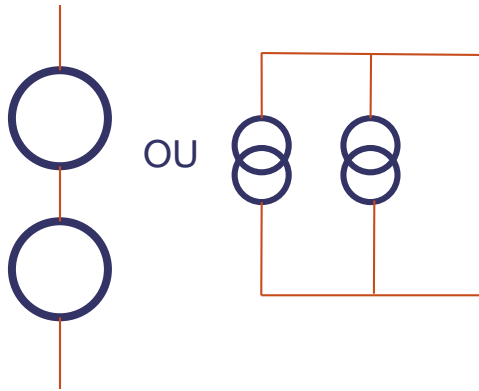
$$S_n(rms) = \left[ \frac{1}{T} \int_0^T S_n^2(t) \cdot dt \right]^{1/2}$$

- $T \gg$  ;  $S_n(rms)$  précis
- $S_n(t)$  peut être une tension ou un courant

$$V_{no}^2(rms) = \frac{1}{T} \int_0^T [V_{n1}(t) + V_{n2}(t)]^2 \cdot dt$$

$$V_{no}^2(rms) = V_{n1}(rms) + V_{n2}(rms) + \frac{2}{T} \int_0^T V_{n1}(t) V_{n2}(t) \cdot dt$$

*aucune corrélation,*  $V_{no}^2(rms) = V_{n1}(rms) + V_{n2}(rms)$



**Exemple** : Quel est la valeur  $V_{no}$  pour  $V_{n1} = 15\mu V$  et  $V_{n2} = 5\mu V$  ? Quel valeur doit avoir  $V_{n1}$  pour que  $V_{n2} = 5\mu V$  soit négligeable pour  $V_{no} = 15\mu V$  ?

$$V_{no} = 15^2 + 5^2 \rightarrow V_{no} = 15,8 \mu V$$

$$15^2 = V_{n1}^2 + 5^2 \rightarrow V_{n1} = 14,14 \mu V$$

Une réduction de 5,73% de  $V_{n1}$  élimine l'influence de bruit de  $V_{n2}$ .

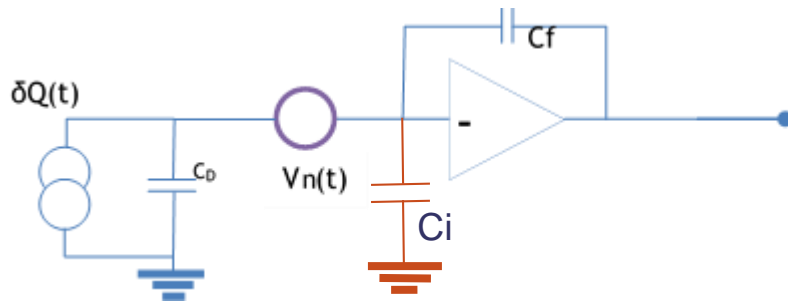
# Analyse temporelle du bruit :

Pour comparer le signal utile et le niveau de bruit → rapport signal sur bruit :

$$SNR = 10. \log \left[ \frac{\text{puissance du signal}}{\text{puissance de bruit}} \right] (dB)$$

$$SNR = 10. \log \left[ \frac{V_v(rms)^2}{V_n(rms)^2} \right] = 20. \log \left[ \frac{V_v(rms)}{V_n(rms)} \right]$$

## Application à une électronique Front-end



$$V_{in} = \frac{Q_{in}}{(C_d + C_i)}$$

Le bruit en entrée est  $V_n$

$$SNR = \frac{Q_{in}}{V_n(C_d + C_i)}$$

- $SNR \gg 1$  si  $C_d + C_i \ll C_{in}$
- Depend de  $Q_{in}$



Charge équivalente de Bruit :  
**ENC** → **SNR = 1** donc,  $ENC = V_n(C_d + C_i)$   
exprimé en e<sup>-</sup>rms

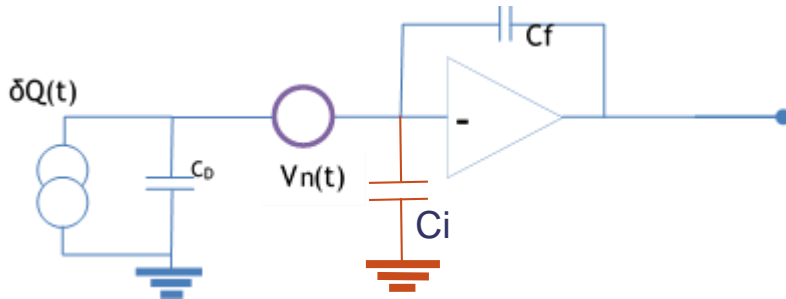
# Analyse temporelle du bruit :

Pour comparer le signal utile et le niveau de bruit → rapport signal sur bruit :

$$SNR = 10 \cdot \log \left[ \frac{\text{puissance du signal}}{\text{puissance de bruit}} \right] \text{ (dB)}$$

$$SNR = 10 \cdot \log \left[ \frac{V_{v(rms)}^2}{V_{n(rms)}^2} \right] = 20 \cdot \log \left[ \frac{V_{v(rms)}}{V_{n(rms)}} \right]$$

## Application à une électronique Front-end



$$V_{in} = \frac{Q_{in}}{(C_d + C_i)}$$

Le bruit en entrée est  $V_n$

$$SNR = \frac{Q_{in}}{V_n(C_d + C_i)}$$

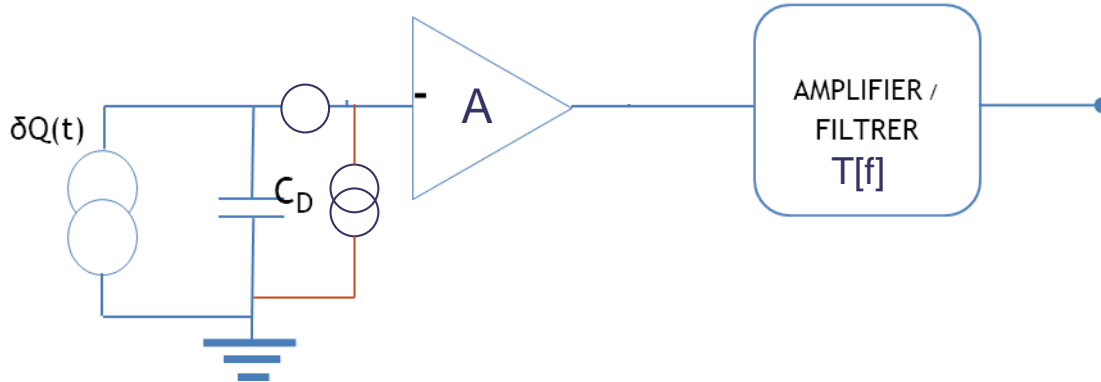
- $SNR \gg 1$  si  $C_d + C_i \ll$
- Depend de  $Q_{in}$



Charge équivalente de Bruit :  
**ENC** → **SNR = 1** donc,  $ENC = V_n(C_d + C_i)$   
exprimé en e<sup>-</sup>rms

# Analyse temporelle du bruit :

Optimiser ENC dans le cas réel des détecteurs capacitifs,



$$V_S(t) = L^{-1} \left\{ \frac{Q \cdot A}{s(C_D + C_i)} \cdot T(s) \right\}$$

avec  $L^{-1}$  : Transformée de Laplace inverse

$$V_{max} = Q \cdot MAX[V_S(t)]$$

$$[V_n^2] = \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} N(w) \cdot |T(w)|^2 \cdot dw \right]^{1/2}$$

$$[V_n^2] = \left[ \frac{1}{2\pi} A^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \left( a + \frac{b}{w^2(C_d + C_i)^2} \right) \cdot |T(w)|^2 \cdot dw \right]^{1/2}$$

$$SNR = \frac{\frac{Q \cdot A}{C_d + C_i} \cdot MAX \left\{ L^{-1} \left[ \frac{T(s)}{s} \right] \right\}}{\left[ \frac{1}{2\pi} A^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \left( a + \frac{b}{w^2(C_d + C_i)^2} \right) \cdot |T(w)|^2 \cdot dw \right]^{1/2}}$$

$$ENC = \frac{\left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( a(C_d + C_i)^2 + \frac{b}{w^2} \right) \cdot |T(w)|^2 \cdot dw \right]^{1/2}}{MAX \left\{ L^{-1} \left[ \frac{T(s)}{s} \right] \right\}}$$

**L'objectif est de déterminer  $T(s)$  afin de minimiser ENC.**

# Analyse fréquentielle

Un signal aléatoire est caractérisé par :

- $m(t) = E[V(t)]$
- $c(t, \tau) = E[X^0(t)X^0(\tau)]$
- ainsi, quand  $t = \tau$ ;  $c(t, t) = E(X^0(t)^2) = \sigma^2(t) = \text{variance de } X(t)$

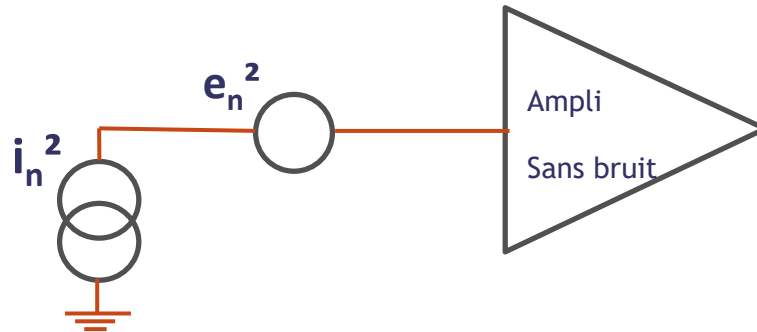
Théorème de Wiener-Khintchine

$$P = \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{2T_1} \int_{-T_1}^{T_1} V^2(t). dt = \text{Variance} \longrightarrow \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{2T_1} \int_{-T_1}^{T_1} V^2(t). dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega). d\omega$$

fonction d'autocorrélation  $\varphi(t)$   $\xrightarrow{\text{TF}}$  Densité spectrale de puissance de  $v(t)$

- Elle permet de **modéliser** l'ensemble des sources de bruit dans le domaine fréquentiel.
- Elle permet de comprendre la répartition de l'énergie du bruit
- **Objectif** : pouvoir le filtrer optimisant le rapport signal sur bruit.

## Modèle général :



Pour déterminer  $e_n^2$  et  $i_n^2$ ,

- Générateurs de signaux résultant de la physique de composants
- Connaître la répartition en énergie dans le domaine fréquentiel

# Modèle électronique du Bruit: Bruit thermique

Le bruit thermique : le phénomène physique le plus rencontré dans les systèmes électroniques.

Il est causé par l'agitation aléatoire des porteurs dans un conducteur et semi-conducteur. Ce déplacement est semblable à un déplacement Brownien des particules.

Il a été observé pour la première fois par J.B Johnson (Bell Telephone Laboratory) en 1927 et son étude théorique a été réalisé par Nyquist en 1928.

Les charges dans un conducteur ont un déplacement aléatoire. Cette vibration est dépendant de la température. Comme chaque charge électronique, de valeur  $q = 1,59 \cdot 10^{-19}$  C, est transporté par un porteur (électron ou ion), une multitude de petits courants nuls en moyenne est créée. Cette variation crée une tension instantanée à travers le conducteur.

La puissance de cette source est :

$$Nt = kT\Delta f. \quad K : \text{constante de boltzmann } 1,38 \cdot 10^{28} \text{ W.s/K}$$

T : Temperature absolue

$\Delta f$  : Bande passante de bruit

La puissance maximale permise d'une source alimentant une résistance est, lorsque la résistance de charge égale la résistance de source :

$$Nt = (Et/2)^2/R = Et^2/4R \text{ avec } Et \text{ tension de source}$$

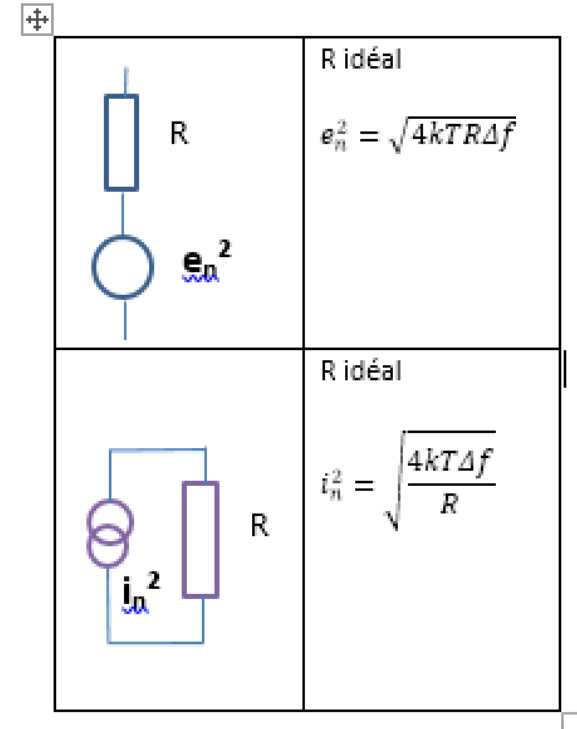
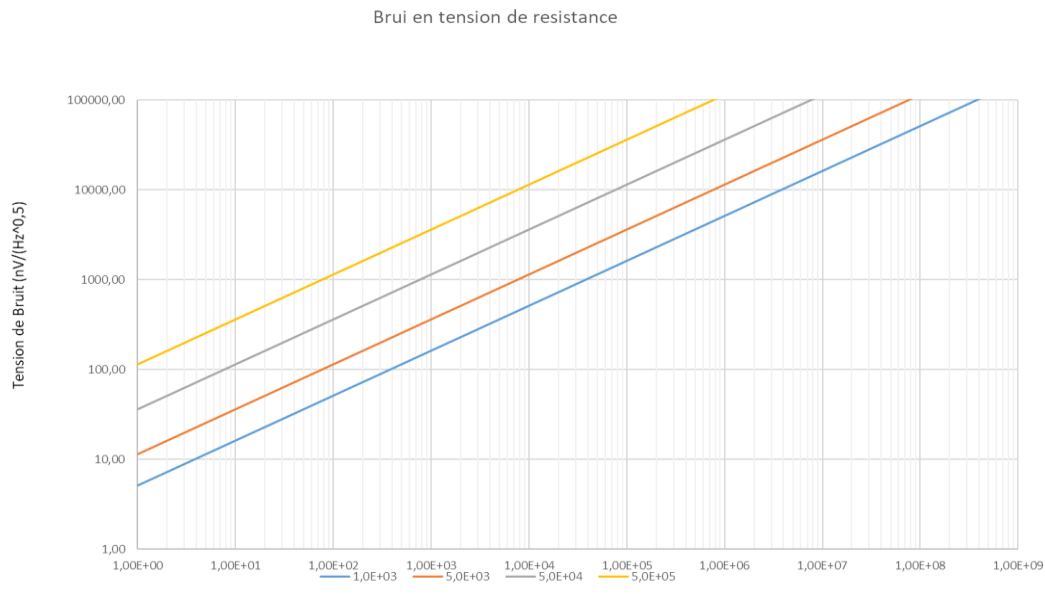
Ainsi,

$$V_{n(rms)} = \sqrt{4kTR \cdot \Delta f}$$

$$kT\Delta f = Et^2 / 4R \text{ donc } Et^2 = 4kTR \cdot \Delta f$$

# Modèle électronique du Bruit: Bruit thermique

$$V_{n(rms)} = \sqrt{4kTR \cdot \Delta f}$$





## Modèle électronique du Bruit: Bande passante de bruit

La bande passante de bruit est la largeur d'un filtre rectangulaire qui possède la même aire et le même gain  $A_0$  qu'un filtre normal avec en entrée un bruit blanc. Cela permet de simplifier les calculs du bruit dans la bande passante du circuit. Le calcul pour un filtre du premier ordre est :

$$|A(f)|^2 = \left( \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2} \right)^2$$

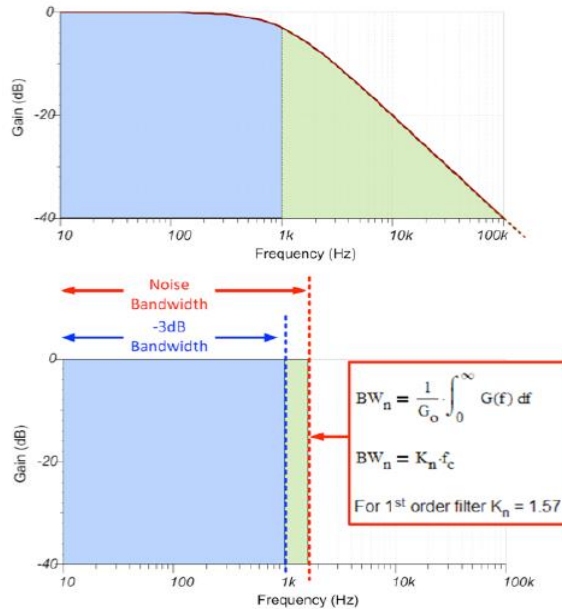
$$V_{ni}(f) = V_{wn}$$

$$V_{no(rms)}^2 = \int_0^{\infty} \frac{V_{wn}^2}{\left[1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2\right]^2} df = V_{wn}^2 f_0 \arctan\left(\frac{f}{f_0}\right) \Big|_0^{\infty} = \frac{V_{wn}^2 \pi f_0}{2}$$

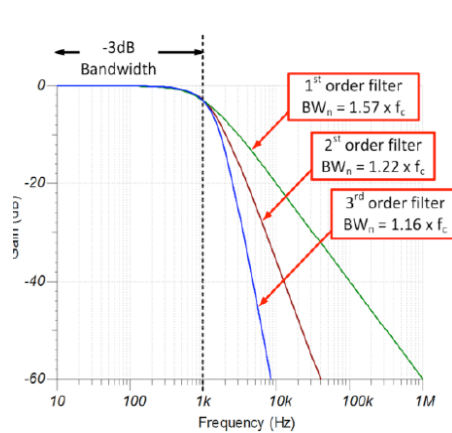
**Ainsi, la bande passante de bruit d'un bruit blanc pour un filtre du 1<sup>er</sup> ordre à -3dB égale  $\frac{\pi f_0}{2}$**

# Modèle électronique du Bruit: Bande passante de bruit

## Noise Bandwidth: Brick Wall Filter



## Noise Bandwidth: Brick Wall Factor



Noise Bandwidth

$$BW_n = f_H \cdot K_n$$

Number of Poles	$K_n$ Brickwall Correction Factor
1	1.57
2	1.22
3	1.16
4	1.13
5	1.12

TEXAS INSTRUMENTS

TEXAS INSTRUMENTS

**Bruit en excès** : En plus du bruit thermique dans une résistance, le matériau avec lequel est réalisée la résistance peut engendrer un bruit supplémentaire, appelé bruit d'excès. *Le courant de bruit augmente comme la racine carrée de l'inverse de la fréquence.*

<https://training.ti.com/ti-precision-labs-op-amps-noise-1>

# Modèle électronique du Bruit: Bruit basse fréquence

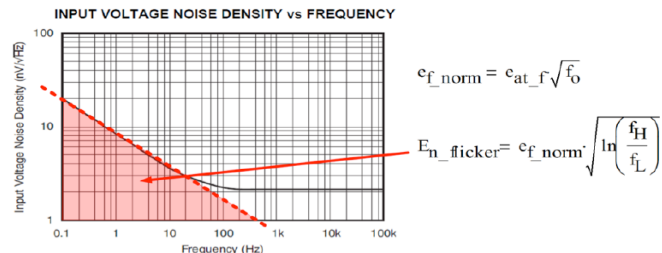
- Apparaît aux basses fréquences
- n'a pas de limites fréquentielles.
- Firlie et Winston ont mesuré ce bruit en  $1/f$  jusqu'à  $6.10^{-5}$  Hz.
- Il a été identifié en premier lieu dans les tube à vide et a été nommé « flicker noise ».
- Il possède plusieurs noms comme bruit d'excès, bruit rose, bruit semi-conducteur, bruit basse fréquence et bruit de contact.
- Le terme « bruit rouge » s'applique au bruit en  $1/f^2$ .

La puissance de bruit suit généralement une loi en  $1/f^\alpha$  avec  $\alpha$  compris entre **0,8 et 1.3**

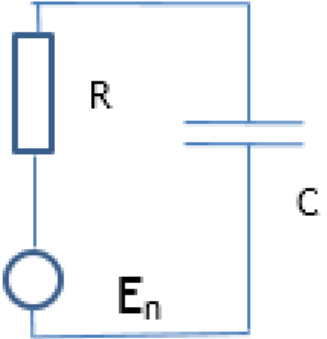
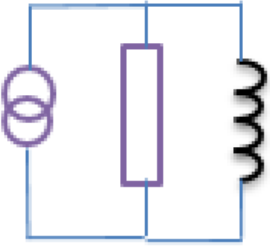
$$\frac{dNt}{df} = K_1 \frac{1}{f} \quad \int_{f_l}^{f_h} K_1 \frac{df}{f} = K_1 \cdot \ln\left(\frac{f_h}{f_l}\right) = K_1 \cdot \ln\left(1 + \frac{\Delta f}{f_l}\right) \approx K_1 \frac{\Delta f}{f}$$

Different Regions: 1/f or Flicker

$$S(f) = \frac{K_1}{f} \text{ V}^2/\text{Hz}$$



## Modèle électronique du Bruit: Bruit capacitif & Inductif

 <p>A circuit diagram showing a voltage source <math>E_n</math> in series with a resistor <math>R</math>. This combination is connected to a capacitor <math>C</math> in parallel. The output terminals are on the right side of the capacitor.</p>	$e_{t_{no}} = e_t \cdot \left  \frac{-jX_c}{R - jX_c} \right  = \frac{e_t}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$ $e_{t_{no}}^2 = \frac{4kTR\Delta f}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$ $\int_0^{\infty} [e_{t_{no}}^2(f)] \cdot df = \frac{kT}{C}$
 <p>A circuit diagram showing a voltage source in series with a resistor, connected to an inductor <math>L</math> in parallel. The output terminals are on the right side of the inductor.</p>	<p>De la même façon :</p> $I_{no(rms)}^2 = \frac{kT}{L}$

Ce bruit est négligeable sauf dans les montage où  $R$  est la résistance d'un interrupteur. C'est utilisé dans les montage à capacités commutées ou les échantillonneurs des ADC.

# Modèle électronique du Bruit: Bruit dans une diode

- Le courant traversant un composant n'est pas un mécanisme doux et continu
- la somme d'impulsions de courant causé par le flux de porteur transportant une charge
- un bruit appelé bruit de grenaille ou « shot noise » a.
- Ce phénomène est observé dans les composants ayant une barrière de potentiel type diode.



$$\frac{dI_{sh}^2}{df} = 2qI_{dc}$$

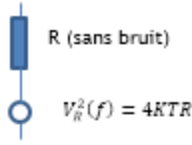
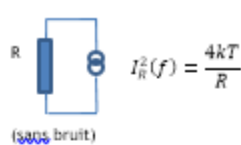
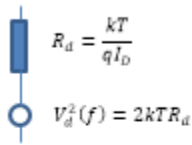
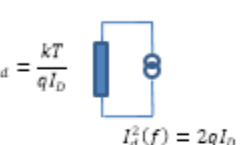
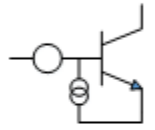
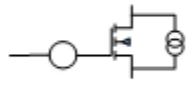
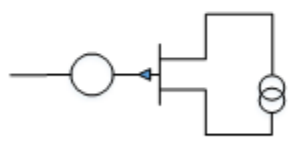
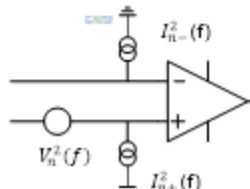
⊕



⊖

# Modèle électronique du Bruit: schéma équivalent

## VIII.3.5 Schéma équivalent pour l'ensemble des composants électroniques

Composants	Modèles de bruit	
Résistance	 <p>R (sans bruit) <math>V_n^2(f) = 4kTR</math></p>	 <p>(sans bruit) <math>I_n^2(f) = \frac{4kT}{R}</math></p>
Diode	 <p><math>R_d = \frac{kT}{qI_D}</math> <math>V_d^2(f) = 2kTR_d</math></p>	 <p><math>R_d = \frac{kT}{qI_D}</math> <math>I_d^2(f) = 2qI_D</math></p>
Transistor bipolaire	 <p>Sans Bruit <math>I_n^2(f) = 2q \left( I_B + \frac{kI_B}{f} + \frac{I_C}{ \beta(f) ^2} \right)</math></p>	<p><math>V_i^2(f) = 4kT \left( r_b + \frac{1}{2g_m} \right)</math></p>
Transistor MOS		<p><math>V_n^2(f) = \frac{k}{WLC_{ox}f}</math> <math>I_n^2(f) = 4kT \left( \frac{2}{3} \right) g_m</math></p>
Transistor JFET		<p><math>V_i^2(f) = 4kT \left( r_b + \frac{2}{3g_m} \right)</math> <math>I_n^2(f) = 2q \left( \frac{kI_{DS}}{f} + \frac{k'I_{DS}}{f^2} \right)</math></p>
Ampli opérationnel	 <p>Les valeurs dépendent des amplis Les DSP de bruit ne sont pas corrélées</p>	

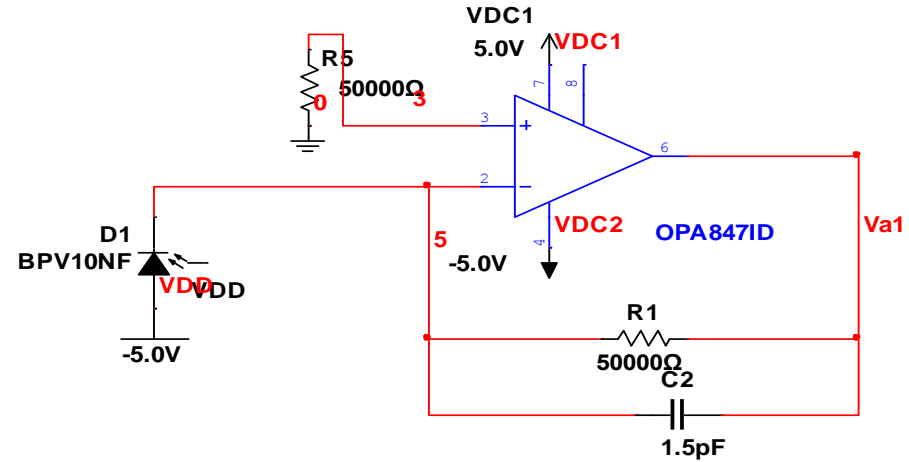
Choisir les technologies minimisant les bruits suivant le circuit :  
Résistance,  
Diode,  
Transistors,  
AOP

→ banc de mesure de bruit pour sélectionner les composants

# Analyse de Bruit: Amplificateur en courant

Amplificateur en courant:

- Préserve la forme du signal
- Résolution autour de 10%



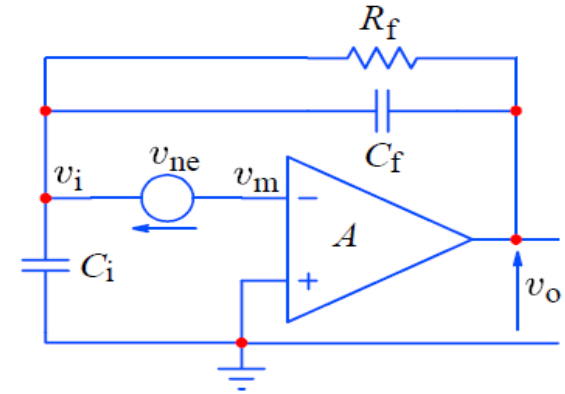
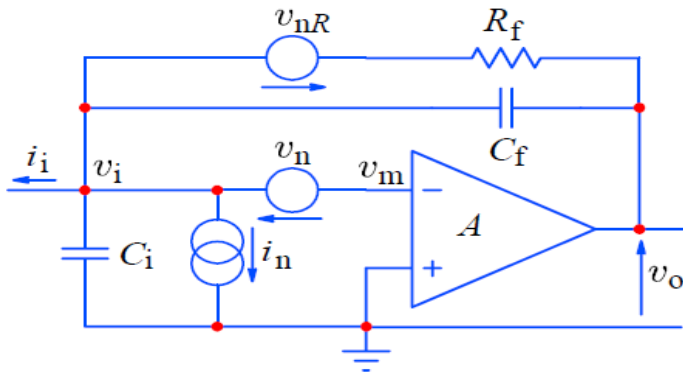
En considérant les fréquences moyennes (néglige l'effet de C2):

$$V_{a1} = -R_f \cdot i_D \cdot \left( \frac{1}{1 + \frac{1}{A(f)}} \right) = -R_f \cdot i_D$$

$$\text{avec } R_f = R_1$$

$$Z_{in} = \frac{R_f}{1 + A(f)}$$

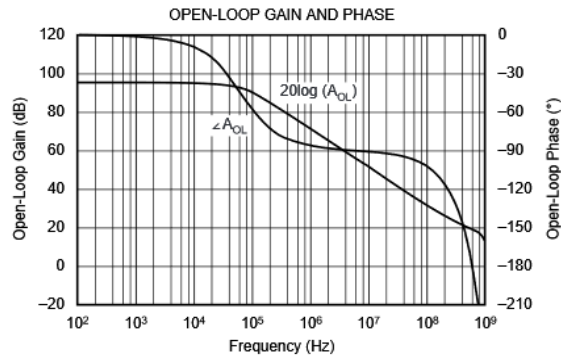
# Analyse de Bruit: Amplificateur Opérationnel



Calcul du bruit en sortie pour  $V_n$ ,  $I_n$  et  $V_nR$ :

➔ Etude des caractéristiques en bruit de l'AOP OPA847ID:

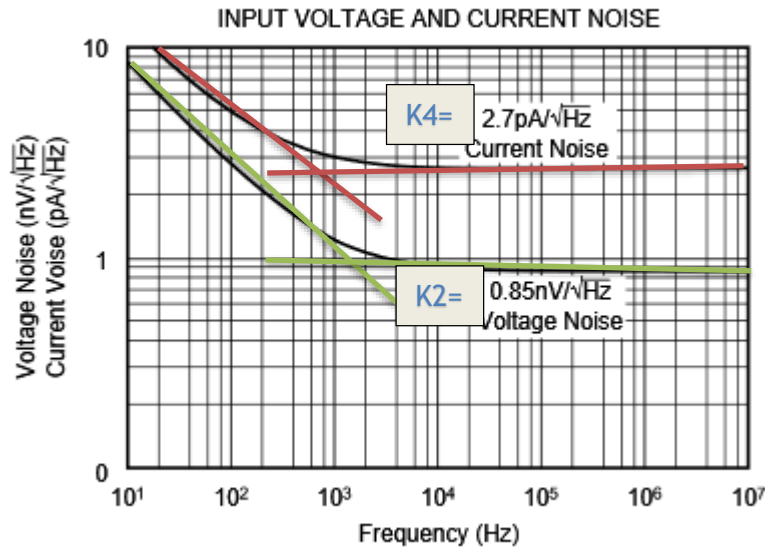
- Gain-BP : 3.9GHz
- Input voltage noise :  $0.85\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$
- Input current noise :  $2.7\text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$



Le gain en boucle ouverte est estimé à **92dB** pour  $f_c=10^5$  Hz.



# Analyse de Bruit: Amplificateur Opérationnel



$$\int_{f_l}^{f_h} K_1 \frac{df}{f} = K_1 \cdot \ln\left(\frac{f_h}{f_l}\right)$$

Sur la bande  $f_h$ - $f_l$  :

→ 850Hz pour  $I_n$

→ 1kHz pour  $V_n$

On déterminera  $K_{1I}$  et  $K_{1V}$ .

Calcul de  $K_{1I}$

Fréquence	Valeur de bruit	Bruit normalisé
20 Hz	9.5pA/√Hz	9.5.√20 = 42.48pA
100 Hz	4.2pA/√Hz	4.2. √100 =42 pA

$$K_{1I} = 42 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$$

Calcul de  $K_{1V}$  :

Fréquence	Valeur de bruit	Bruit normalisé
10 Hz	8.5nV/√Hz	8.5.√10 = 26.87nV
100 Hz	2.6nV/√Hz	2.6. √100 =26 nV

$$K_{1V} = 26 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$$

# Analyse de Bruit: Amplificateur Opérationnel

## Calcul de $v_o$ associé à $v_n$ :

$$v_{o1} = v_n \cdot \frac{1}{\beta} \text{ avec } \beta \text{ gain de contre - réaction}$$

$$\frac{1}{\beta} = \frac{1 + R_f(C_f + C_i)p}{1 + R_f C_f p} = \frac{1 + T_i p}{1 + T_f p}$$

Aux basses fréquences :  $\frac{1}{\beta} = 1$

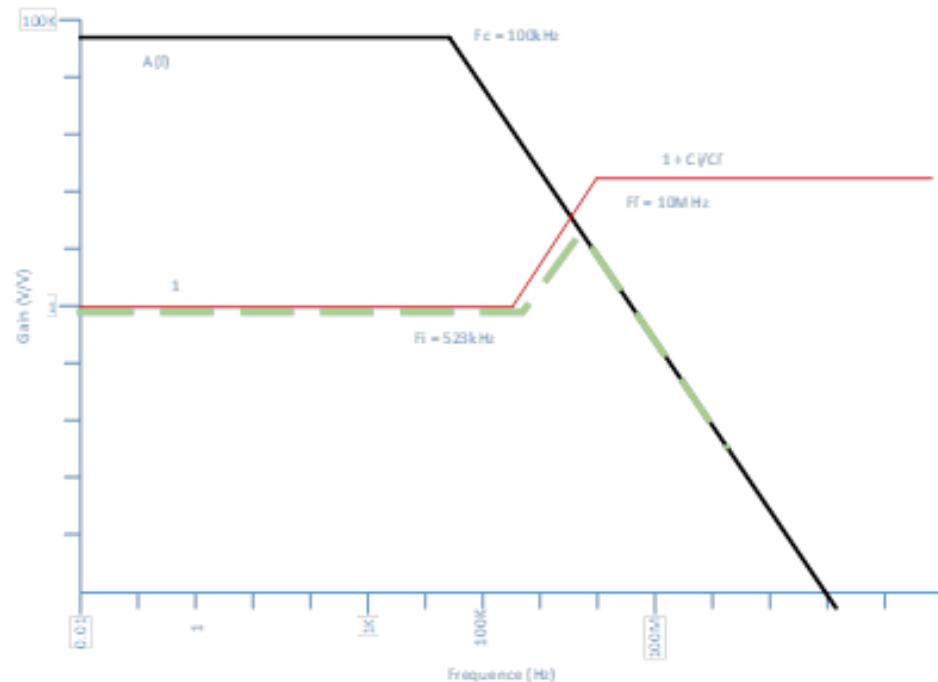
Aux hautes fréquences :  $\frac{1}{\beta} = 1 + \frac{C_i}{C_f}$

A.N :  $C_i = 380 \text{ pF}$  ;  $C_f = 2 \text{ pF}$  ;  $R_f = 50 \text{ k}\Omega$

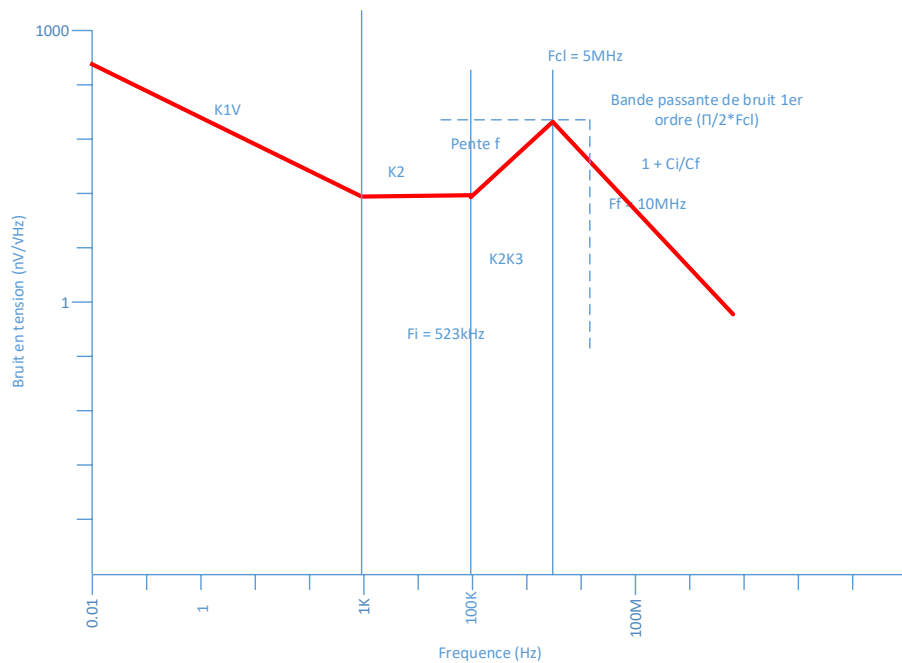
$T_i = 19.1 \text{ } \mu\text{s}$  soit  $F_i = 523 \text{ kHz}$

$T_f = 100 \text{ ns}$  soit  $F_f = 10 \text{ MHz}$

$$\frac{1}{\beta} = 1 + \frac{C_i}{C_f} = \frac{382}{2} = 191$$



# Analyse de Bruit: Amplificateur Opérationnel



1.  $\text{Hz} < f < 1 \text{ KHz}$ , le bruit est un bruit en  $1/f$
2.  $\text{kHz} < f < 523 \text{ kHz}$ , le bruit est de nature thermique
3.  $523 \text{ kHz} < f < 5 \text{ MHz}$ , le bruit augmente dû aux réseau  $R_f, C_f, C_i$ .  $K_3 = 19.1\text{E-6}$

La région se termine par la fréquence de coupure issu de l'intersection du gain  $1/\beta$  et  $A(f)$ . On ajoutera donc le coefficient de la bande passante de bruit d'un filtre du 1er Ordre sous  $(\pi/2)F_{c1}$ .

$$\text{Bruit en } 1/f ; 0.01 \text{ Hz} < f < 1 \text{ KHz} : V_{on1} = K_{1V} \cdot \sqrt{\ln\left(\frac{f_h}{f_l}\right)} = 26 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \cdot \sqrt{\ln\left(\frac{1000}{0.01}\right)} = 88.22 \text{ nV}$$

$$\text{Bruit thermique ; } 1 \text{ kHz} < f < 523 \text{ kHz} V_{on2} = K_2 \cdot \sqrt{(f_h - f_l)} = 0.85 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \cdot \sqrt{523000 - 1000} = 614.12 \text{ nV}$$

$$\text{Région } 523 \text{ kHz} < f < 5 \text{ MHz} : V_{on3} = K_2 \cdot K_3 \cdot \sqrt{\frac{\left(\left(\frac{\pi}{2}\right)f_h\right)^3}{3} - \frac{f_l^3}{3}} = 0.85 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \cdot 19.1\text{E-6} \cdot \sqrt{\frac{7850000^3}{3} - \frac{523000^3}{3}}$$

$$V_{on3} = 20.6125 \mu\text{V}$$

# Analyse de Bruit: Amplificateur Opérationnel

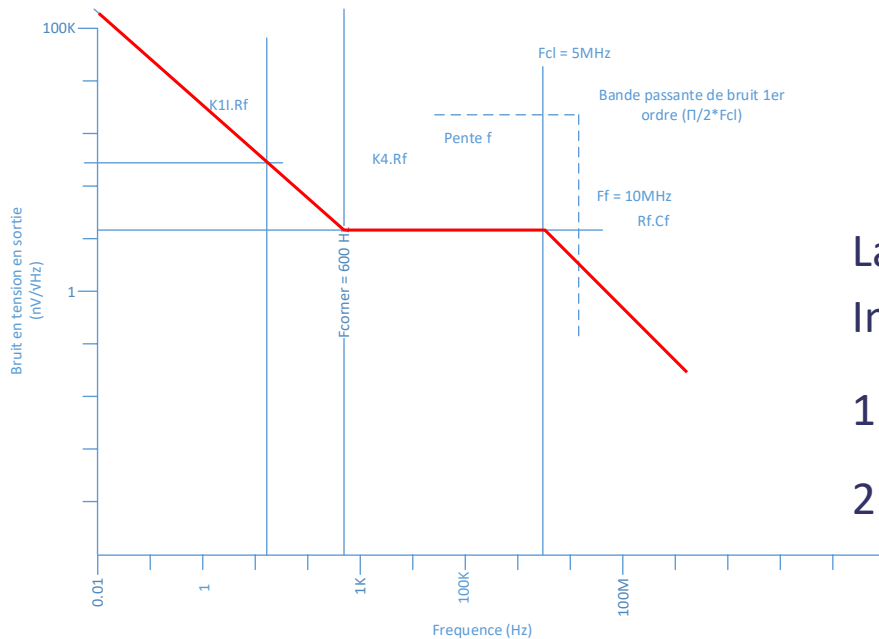
## Calcul de $v_o$ associé à $I_n$ :

La tension de bruit en sortie issu du bruit en courant en entrée est :

$$V_{oin} = i_n \times \frac{R_f}{1 + R_f \cdot C_f \cdot p}$$

La densité spectrale en tension de sortie dû à  $I_n$  comporte deux région :

1.  $0.01 < f < 600 \text{ Hz}$ , bruit en  $1/f$
2.  $600\text{Hz} < f < 5\text{MHz}$ , bruit thermique



$$\text{Bruit en } 1/f : 0.01 < f < 600 \text{ Hz} : V_{oin1} = \frac{42 \text{ pA}}{\sqrt{\text{Hz}}} \cdot 50000 \cdot \sqrt{\ln\left(\frac{600}{0.01}\right)} = 6.9 \mu\text{V}$$

$$\text{Bruit thermique} : 600 \text{ Hz} < f < 5 \text{ MHz} : V_{oin2} = \frac{2.7 \text{ pA}}{\sqrt{\text{Hz}}} \cdot 50000 \cdot \sqrt{\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot 5 \text{ MHz} - 600} = 378.2 \mu\text{V}$$

Il nous reste à calculer le bruit dû à  $R_f$  sur la bande passante  $(\pi/2) \cdot 5 \text{ MHz}$  à  $300^\circ \text{ K}$ :

$$V_{orf} = \sqrt{4kTR_f \Delta f} = \sqrt{4 \times 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot 50000 \cdot (1.57 \cdot 5000000)} = 80.6 \mu\text{V}$$

## Analyse de Bruit: Amplificateur Opérationnel

$$V_o = \sqrt{V_{on1}^2 + V_{on2}^2 + V_{on3}^2 + V_{oin1}^2 + V_{oin2}^2 + V_{orf}^2}$$

$$V_o = 387.3 \mu V$$

Le bruit dominant est dû au bruit en courant de l'amplificateur et de la valeur de la résistance de contre-réaction. Celle-ci est définie par rapport au gain désiré.

## Conclusion :

1. Le problème du bruit est crucial en mesure
  2. La compréhension est basé sur des outils statistiques
  3. La modélisation est faite en densité spectrale de puissance de Bruit
  4. On a une relation entre la valeur RMS et le DSP en tension/courant de bruit:
    - Intégration en fréquence de la DSP = Valeur RMS de bruit
1. Il faut tester les composants en bruit. On risque sinon de ne pas avoir ce qu'on attend.
  2. Les modèle SPICE ne son t pas forcément très juste / datasheet
  3. On diminue le bruit en limitant la bande passante à ce qui nous est strictement utile
  4. On optimise le rapport signal/bruit ou on minimise l'ENC