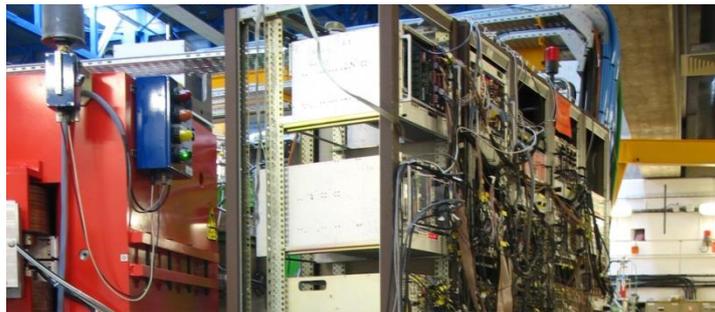


03/06/2018

V5.0



CENBG

LES SYSTEMES D'ACQUISITION DE DONNEES



Une Introduction | Frédéric Druille

Système d'acquisition de données

Une introduction

lundi, septembre 24, 2018

Version 2018

TABLES DES MATIERES

I.	CONSIDERATIONS GENERALES	2
I.1.	<i>Introduction</i>	2
I.2.	<i>La mesure</i>	2
I.2.1	Définitions	2
I.3.	<i>Les architectures d'acquisition</i>	4
I.3.1	Définitions	4
I.3.2	Architecture pour capteurs.	6
I.3.3	Architecture pour détecteurs	8
I.4.	<i>Exemples de systèmes d'acquisition</i>	10
II.	CARACTERISTIQUES ET ARCHITECTURES DES ADC (CAN)	12
II.1.	<i>Le pourquoi du comment</i>	12
II.1.1	Le codage	13
II.1.2	La quantification	18
II.1.3	Le critère de Nyquist (théorème de Shannon)	19
II.1.4	Les imperfections et leurs conséquences	20
II.2.	<i>Traitement du signal</i>	24
II.2.1	Numérisation	24
II.2.2	Analyse des données	29
II.3.	<i>Les différents ADC</i>	30
II.3.1	Les convertisseurs à intégration ou à rampe	30
II.3.2	Les convertisseurs à approximations successives	30
II.3.3	Les convertisseurs "flash"	31
II.3.4	Les convertisseurs "pipeline"	31
II.3.5	Les convertisseurs "sub branching" ou semi-flash	31
II.3.6	Les convertisseurs sigma-delta	31
II.3.7	Résumé	32
III.	DIMENSIONNEMENT D'UNE CHAINE DAQ	32
III.1.	<i>Dimensionnement et résolution</i>	33
III.2.	<i>Débit de données</i>	34
III.3.	<i>Temps mort</i>	35
III.4.	<i>Conclusion</i>	35
IV.	TRANSMISSION DES DONNEES	35
IV.1.	<i>Composants à composants</i>	36
IV.2.	<i>Cartes à Cartes</i>	36
V.	LES LOGICIELS D'ACQUISITION	37
V.1.	<i>Les architectures logicielles</i>	37
V.2.	<i>Le système d'information complexe</i>	38
V.2.1	Le stockage des données	38
V.2.2	Simulation de la chaîne de détection	39
VI.	ANNEXE 1: LA COMPATIBILITE ELECTROMAGNETIQUE	40
VI.1.	<i>Couplage 1: circulation dans un conducteur d'un courant.</i>	40
VI.2.	<i>Couplage 2: ddp entre conducteur et masse</i>	40
VI.3.	<i>Couplage 3: courant variable dans un conducteur</i>	41
VI.4.	<i>Couplage 4: ddp variable entre conducteur</i>	41
VI.5.	<i>Couplage 5: effet du champ électrique sur un conducteur</i>	41
VI.6.	<i>Couplage 6: effet du champ magnétique dans une boucle</i>	42
VI.7.	<i>Mode de couplage</i>	42
VII.	ANNEXE 2: PROBABILITES ET STATISTIQUES	42
VII.1.	<i>Etude des données</i>	43

VII.1.1	Les 3 cas du dénombrement : -----	43
VII.1.2	Analyse des données -----	44
VII.1.3	Les tableaux de traitements -----	45
VII.1.4	Les Modèles statistiques de distributions -----	46
	La loi binomial -----	46
VIII.	ANNEXE 3: ETUDE EN BRUIT -----	56
VIII.1.	<i>Problématique</i> -----	56
VIII.1.1	Le phénomène d’empilement -----	58
VIII.1.2	Le phénomène de déficit balistique -----	58
VIII.1.3	Le phénomène de crosstalk -----	59
VIII.1.4	Le bruit du détecteur -----	60
VIII.1.5	Le bruit de la chaîne d’acquisition -----	60
VIII.2.	<i>Les outils statistiques</i> -----	61
VIII.2.1	Domaine temporel -----	63
VIII.2.2	Domaine fréquentiel -----	65
VIII.3.	<i>Modèle électronique du bruit</i> -----	66
VIII.3.1	Bruit thermique (cas d’une résistance) -----	66
VIII.3.2	Bruit basse fréquence -----	68
VIII.3.3	Bruit dans une capacité et une inductance -----	70
VIII.3.4	Bruit dans une diode -----	70
VIII.3.5	Schéma équivalent pour l’ensemble des composants électroniques -----	71
VIII.4.	<i>Analyse en bruit de montages classiques</i> -----	72
VIII.4.1	Amplificateur en courant -----	72
IX.	DISSIPATION THERMIQUE DANS LES SYSTEMES D’ACQUISITIONS -----	78
IX.1.	<i>Problématique</i> -----	78
IX.2.	<i>Les phénomènes thermiques</i> -----	79
IX.2.1	Modèle de base -----	79
IX.2.2	Définition de la conduction -----	80
IX.2.3	Convection -----	81
IX.2.4	Rayonnement -----	85
IX.3.	<i>Le niveau d’analyse</i> -----	93
IX.3.1	Algorithme d’analyse -----	93
IX.3.2	Composants -----	95
IX.4.	<i>Les moyens de dissipation</i> -----	97
IX.4.1	Passifs -----	97
IX.4.2	Actifs -----	100
IX.5.	<i>Exemples</i> -----	101
IX.5.1	Standards -----	101
IX.5.2	Dans le vide -----	101



RESUME

Ce cours aborde de façon succincte les architectures de systèmes d'acquisition du point de vue matériel et logiciel. Il met en avant les composants de conversions analogique-numérique. Il permettra à l'étudiant d'établir un dimensionnement de chaîne d'acquisition pour écrire des spécifications ou réaliser le système.

La première partie est consacrée aux définitions d'un système d'acquisition avec ses sous-ensembles. Une seconde partie est consacrée à la numérisation des signaux et aux conséquences sur les signaux. La dernière partie est consacrée aux aspects logiciels et transmission de données.

Une annexe est consacrée à la compatibilité électromagnétique, à l'analyse statistique des données et à l'analyse du bruit.

I. Considérations générales

I.1. Introduction

Les systèmes d'acquisitions sont un concentré des technologies modernes de l'électronique analogique, numérique, des systèmes embarqués (μ processeur + FPGA), de l'informatique temps réel et des nouvelles techniques de l'informatique et des communications.

Cela nécessite une compréhension profonde de ce qu'est une acquisition. De façon directe, le dimensionnement d'une chaîne d'acquisition nécessite la maîtrise des outils de traitement du signal analogique et numérique, une analyse poussée du traitement des signaux aléatoires (bruit), des connaissances sur les composants électroniques, les langages de synthèses hardware (VHDL, Verilog), du fonctionnement des μ processeurs, des langages informatiques (Java, C, Cpp, Labview, XML...) et des bibliothèques (frameworks, API) associés (ICE, Root, boost...). De plus, pour assurer l'optimisation des performances, il faut une culture en refroidissement des systèmes électroniques, en compatibilité électromagnétique et une dose de physique pour comprendre le fonctionnement des capteurs et des détecteurs. L'objectif de ce cours est d'acquérir le vocabulaire, une méthodologie qui permettra de spécifier un système d'acquisition, de choisir parmi les solutions du marché celle qui conviendra à votre application. C'est un survol de toutes les techniques utiles, une compréhension des difficultés liées à la numérisation et l'utilisation des outils informatiques pour l'analyse des données.

I.2. La mesure

L'objectif de ce chapitre est de définir la fonction « mesures » dans le contexte des bancs de d'acquisition, de tests et/ou de réparation pour des systèmes de façon générale. Il est intéressant de proposer des fonctions globales à l'ensemble des architectures d'acquisition. Pour cela, nous donnerons un ensemble de définition, prémisses obligatoires pour présenter le périmètre d'actions de ces fonctions. Cela nous permettra de lister dans une seconde partie une architecture générique de contrôle et commande permettant l'acquisition d'un ensemble non exhaustif de mesures à utiliser selon le besoin du client.

I.2.1 Définitions

Mesure

(d'après « les capteurs en instrumentation industriel, Dunod 7e Edition, G. Asch et col l »)

La **mesure** est une valeur numérique correspondant à une grandeur physique objet de l'étude (Temperature, pression, tension, courant, déplacement, flux...). Cette grandeur est désignée par **mesurande**. L'ensemble des opérations qui concourent à la connaissance de la valeur numérique du **mesurande** constitue son **mesurage**.

Dans le cas des bancs d'instrumentation, nous utilisons des appareils dont l'objectif est de donner une représentation aussi précise que possible du **mesurande**. L'ensemble des **mesurande** permet de caractériser l'unité sous test, la fonction physique à acquérir.

Contrôle

Le **contrôle** est la génération de l'ensemble des variables de l'espace des phases d'une unité sous test. Le **contrôle** doit être stable. Un système contrôlé consiste à un ensemble de groupe de fonctions permettant de reporter sur le fonctionnement de l'unité sous test. Cela nécessite une gestion de l'ensemble des groupes de contrôle pour garder la stabilité, la vitesse d'exécution des actions de l'unité sous test.

Testabilité

La **testabilité** d'un système consiste en un potentiel propre à l'équipement à être testé dans un nombre de cas le plus grand possible. La **testabilité** peut s'exprimer comme une proportion de cas testés par rapport à un test idéalement complet du système qui mettrait en évidence tous les cas possibles de défaillance.

La **défaillance** est définie comme une perte de la fonctionnalité ou des caractéristiques du circuit par rapport aux spécifications demandées. En pratique, elle fait intervenir deux notions importantes : la **contrôlabilité** et l'**observabilité**.

Contrôlabilité

La **contrôlabilité** est la capacité qu'a un système à pouvoir être contrôlé ou configuré en tout point directement ou indirectement. Une contrôlabilité de 100 % correspondrait à la faculté idéale de contrôler le courant de tous les éléments constitutifs du système ainsi que la tension de tous ses nœuds. En général le nombre de composants et de nœuds est tel qu'il est impossible de l'atteindre. La **contrôlabilité** se limite souvent à certaines tensions voir à des niveaux logiques seulement. On parle alors de vecteurs de test. La **contrôlabilité** n'est pas associative, il n'est en général pas nécessaire d'avoir un contrôle de tous les éléments d'un système pour tendre vers une bonne **contrôlabilité** de l'ensemble car les courants et tensions ne sont pas indépendants les uns des autres.

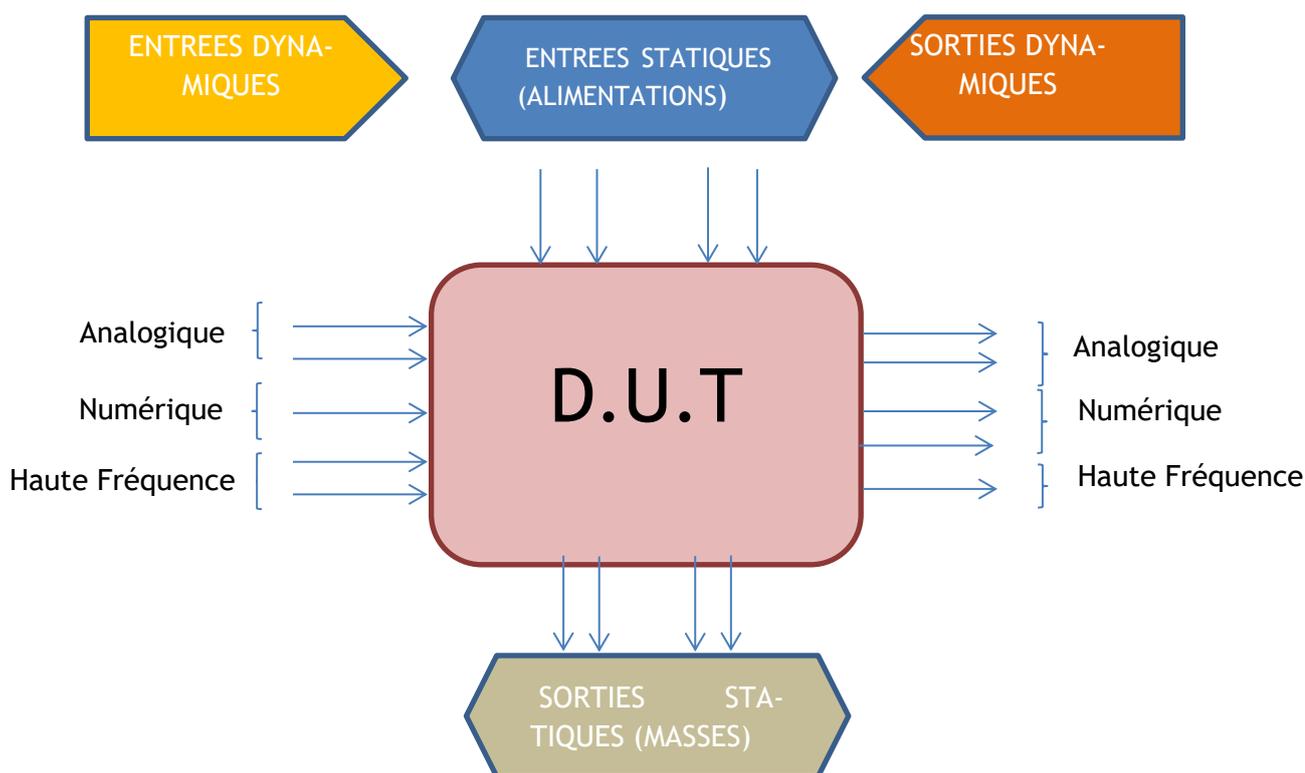
Observabilité

L'**observabilité** est la capacité que possède un système à pouvoir être observé ou mesuré en tout point directement ou indirectement. Une **observabilité** de 100 % correspondrait à la faculté idéale d'observer le courant de tous les composants du système ainsi que la tension de tous ses nœuds. Comme pour la contrôlabilité, on se limite en général à certaines tensions voir à seulement des niveaux logiques. L'**observabilité** n'est également pas associative, il n'est en général pas nécessaire d'avoir une mesure de tous les éléments d'un système pour tendre vers une bonne observabilité de l'ensemble car les courants et tensions ne sont pas indépendants les uns des autres.

Un système ou une partie de système est dit testable quand toutes les défaillances peuvent être mises en évidence par contrôle et observation. La bibliothèque de mesures est l'ensemble des actions communes qui permettent le contrôle et l'observation de l'unité sous test (cf D.U.T ou U.U.T)

D.U.T ou U.U.T

« **Device under test** » ou « **Unity under test** » est le composant sous test. Il est contrôlable et mesurable. C'est un multi-pôle avec un ensemble d'entrées et de sorties défini suivant le schéma ci-dessous. Le D.U.T possède des entrées et sorties statiques et dynamiques de tensions analogiques, numériques et d'ondes EM (signaux Haute fréquence), des entrées et sorties hydrauliques.



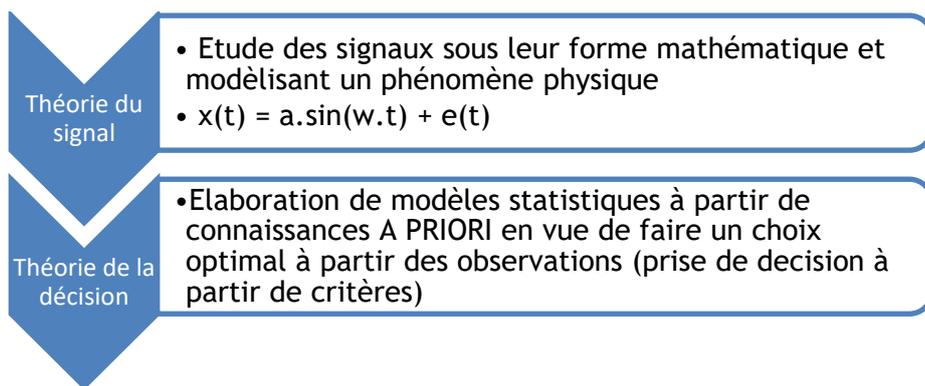
Bibliothèque de mesures

La **bibliothèque de mesures** est définie comme l'assemblage cohérent sous une forme utilisable par programmation de l'ensemble des actions à réaliser pour créer des données provenant des ressources matérielles fonctionnelles d'un atelier de test. Elle permet d'avoir la contrôlabilité et l'observabilité sur le D.U.T.

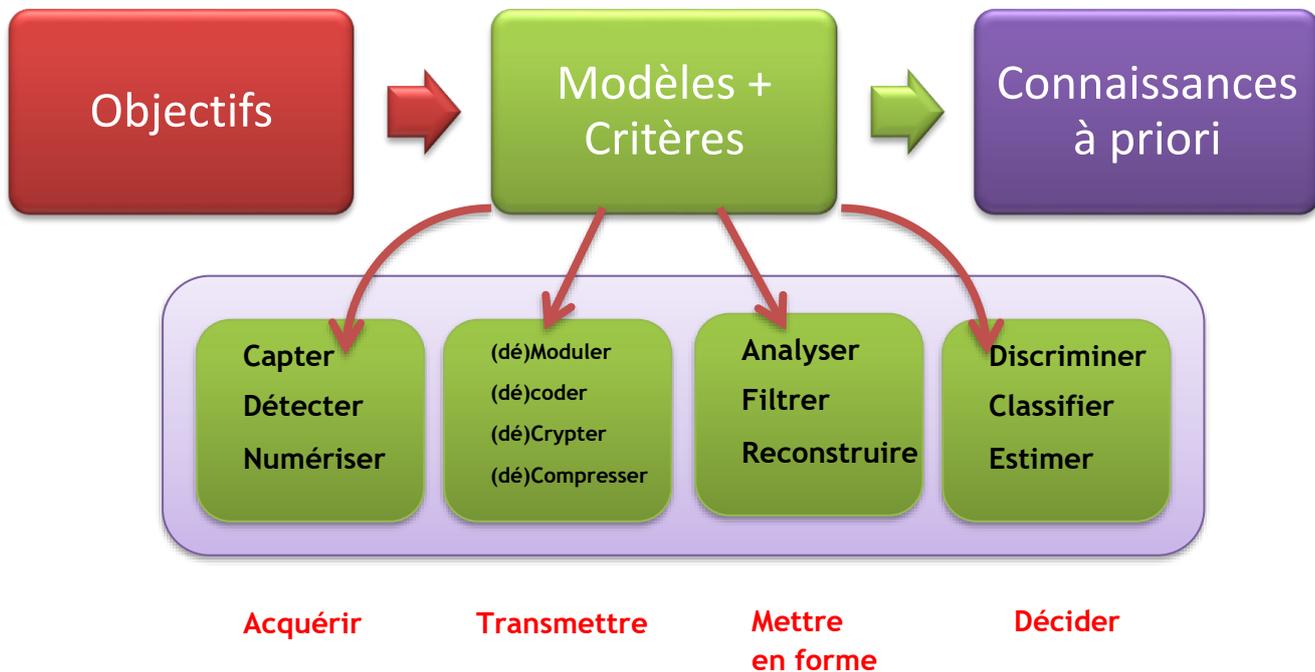
I.3. Les architectures d'acquisition

I.3.1 Définitions

Les signaux : Le mot « signal » vient du mot latin « signum » signifiant signe convenu, c'est-à-dire qu'il y a la présence d'un émetteur de signe et d'un récepteur de signe. En physique, c'est la manifestation d'un phénomène par la fluctuation d'une grandeur observable directement ou indirectement. En mathématique, c'est une fonction d'une variable exogène (temps, espace) véhiculant une information (statistique, quantitatif) pertinente au sens de l'observateur. Les systèmes d'acquisition sont basés sur deux théories mathématiques :



La figure ci-dessous permet d'avoir une vue globale des fonctions d'un système d'acquisition au sens large.



La démarche est donc de décrire les objectifs, de choisir un système qui remplit les objectifs, de définir un critère de performances et d'optimiser le tout pour répondre au besoin.

Il faut donc avoir les connaissances sur les « principes » (mettant en adéquation les observations avec le modèle), les « méthodes » pour définir les critères d'optimisation, appliquer les « algorithmes » et/ou « architectures » pour créer la solution répondant au mieux aux objectifs.

Le cours abordera la partie numérisation, de façon succincte la partie analyse, le dimensionnement de la chaîne d'acquisition et les outils logiciels permettant de développer la prise de décision. Ce cours n'abordera pas de façon poussée la théorie de la décision et du signal.

Il y a deux architectures pour l'acquisition d'information selon la nature du signal à enregistrer. Le signal à acquérir peut être continu comme la température, la pression, l'humidité ou bien aléatoire ou discontinue comme la radioactivité, le signal radiofréquence. Dans le premier cas, la détection se fait à base de capteurs, dans le second cas, on utilise des détecteurs. Dans le cas du capteur, le système définit la fréquence à laquelle il acquiert les données. Le capteur est esclave du système d'acquisition (dans les limites du temps de fabrication du signal dans le capteur). Pour les détecteurs, le système ne peut pas déterminer quand arrive le signal utile et donc, l'acquisition doit surveiller en permanence le signal issu du détecteur pour ne pas perdre l'information désirée. La conséquence est deux architectures système différentes selon la nature du signal physique à traiter.

Néanmoins, un système d'acquisition est souvent associé à un système de commandes d'action. La figure 1 montre le principe d'un système complet. Le signal d'un capteur est traité de façon analogique pour optimiser le rapport signal sur bruit et pour s'adapter à l'entrée du bloc numérisation. Le signal, maintenant compréhensible par un ordinateur, est transmis à une unité de traitement. Cette unité va gérer la mesure, la sauvegarder, la transférer sur réseau et ou déclencher une action sur le système. Pour cette dernière étape, une donnée numérique sera transmise à un convertisseur numérique/ analogique, puis mise en forme analogiquement pour piloter un organe d'action (rhéostat, moteur etc...). Dans le reste du cours, nous n'aborderons pas la partie contrôle des actionneurs. Nous présenterons succinctement le convertisseur numérique analogique uniquement.

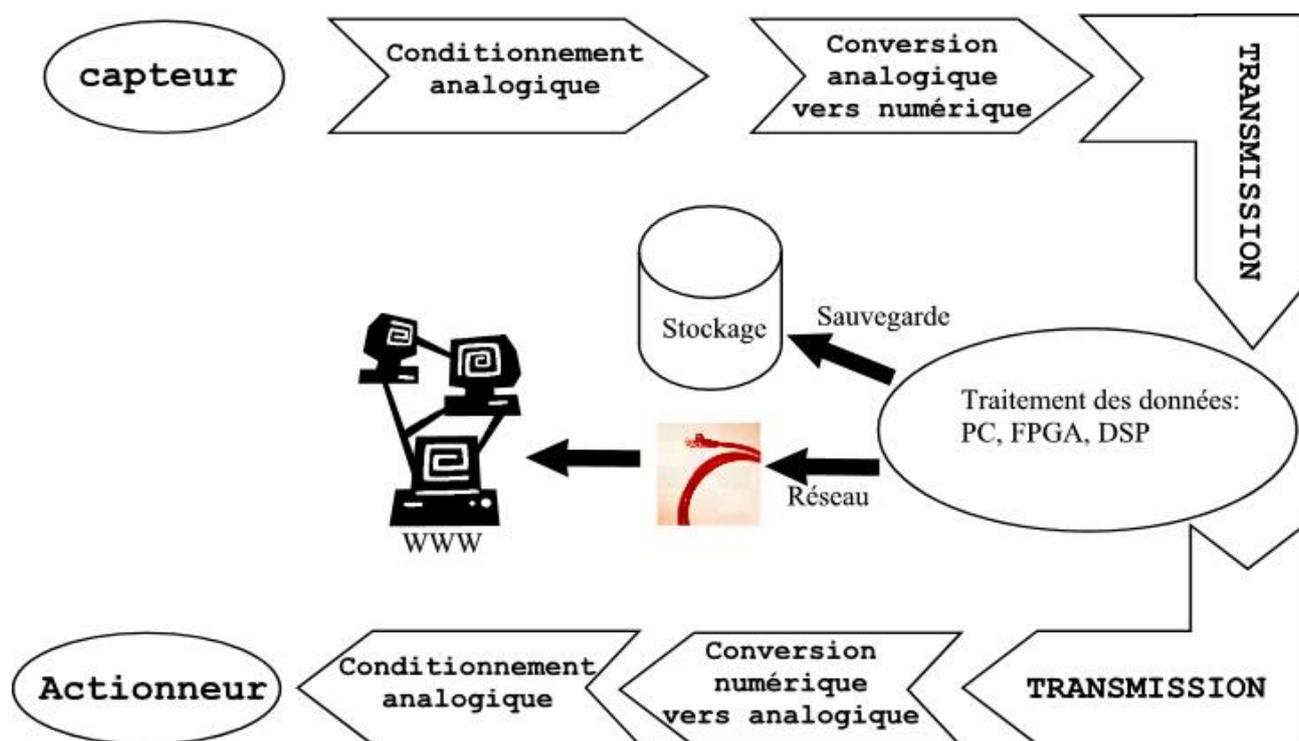


Figure 1 : Représentation d'une architecture contrôle-commande dans le cas simple d'une acquisition continue d'un signal, de son traitement et de son emploi dans un système.

Voyons plutôt les différentes fonctions nécessaires à l'acquisition d'un signal issu d'un capteur ou d'un détecteur. Nous ne parlerons pas des capteurs et des détecteurs proprement dit. Cela sort du cadre de ce cours.

I.3.2 Architecture pour capteurs.

Dans le cas d'un signal physique continu, la fréquence d'acquisition est définie par le système DAQ selon le cahier des charges obtenu auprès du client. Par exemple, un système mesurant la température de l'air peut définir une période d'acquisition de la température toute les heures ou toutes les minutes. Une heure est suffisante sans doute pour obtenir l'évolution de la température dans la semaine. Pour mesurer la température de vapeur d'eau d'une chaudière, le système d'acquisition prendra la mesure toute les secondes. L'augmentation anormale et rapide de la température peut être signe d'un dysfonctionnement de l'appareil. Dans le cas d'un signal continu, c'est la détermination de l'action à réaliser à partir de la mesure qui va définir la fréquence d'acquisition. L'opérateur est maître de son acquisition, il est sûr de ne pas perdre d'information.

La figure 2 montre l'architecture classique d'un système de mesure issue de capteurs. Elle est constituée d'un capteur, d'un conditionneur, d'un amplificateur et du filtrage associé. Une mémorisation locale de l'information est optionnelle selon les spécifications. Elle est surtout utile dans le cas d'un signal discontinu. Avant numérisation, nous pouvons multiplexer les voies de mesures permettant ainsi de n'utiliser qu'un ADC (analog-digital converter), optimisant le prix de revient du système. Voyons plus avant chaque composant de la chaîne analogique.

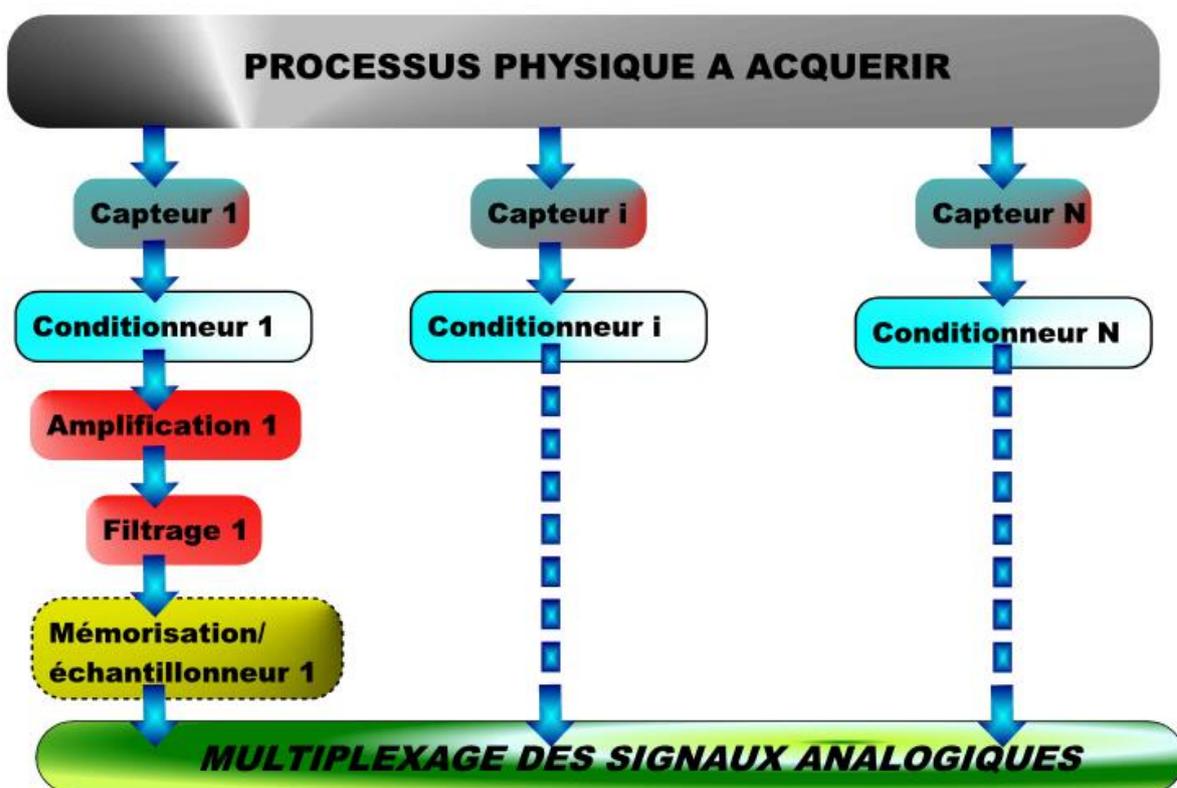


Figure 2 : Architecture de la partie amont (analogique) d'un système d'acquisition d'un processus physique continu.

Capteur : Le capteur transforme le processus physique en signal électrique. Cela peut être un courant, une charge ou une tension. Les technologies utilisent tous les matériaux étant sensible à un paramètre physique. Par exemple, les capteurs de température semi-conducteur utilise la variation d'impédance en fonction de la température pour obtenir la mesure. La pression est accessible par la mesure de la déformation d'une membrane, d'un ressort. Un capteur hydrométrique va être sensible à la conductivité du matériau variant selon la densité de vapeur d'eau environnant. L'utilisation d'un capteur est toujours sensible à la compréhension du phénomène physique par l'opérateur car souvent la loi de proportionnalité n'est pas linéaire. Cela peut donner des contraintes de spécification sur le système.

Conditionneur : Le conditionneur permet de convertir le signal du capteur en tension variable facilement manipulable en électronique. Il définit également le domaine linéaire de validité de la mesure, donc l'échelle de mesure (range).

Amplificateur : L'amplificateur permet de mettre à l'échelle le signal électrique venant du conditionneur pour une optimisation de la gamme dynamique de l'ADC par rapport à la gamme de la mesure voulue.

Filtrage : Dès que l'on réalise une mesure se pose la question de la précision de cette mesure. Est-ce que les 10°C que je viens de mesurer représente bien la valeur réelle ? Quelle confiance puis-je avoir dans cette mesure ? Le filtrage permet d'optimiser le rapport signal à bruit pour un temps de mesure donné. Son but est d'avoir la meilleure précision possible et de pouvoir dimensionner le nombre de bit de l'ADC nécessaire au système d'acquisition. Le filtrage est une technique particulière du traitement du signal faisant appel à l'analyse fréquentielle du système.

Mémorisation/échantillonneur : Optionnel selon la spécification du système, cet organe permet de sauvegarder l'information pendant une durée maximale avant la numérisation. Cela peut permettre de réduire la fréquence d'échantillonnage de l'ADC et donc le coup du système. La réalisation fait appel à la technique des capacités commutées. La mesure est stockée dans une capacité. La résistance parasite de la capacité définit une durée de sauvegarde sans détérioration de l'information de l'ordre de la milliseconde sans rafraîchissement.

Multiplexeur : Pour réduire le nombre d'ADC du système, selon la spécification du temps de mesure, nous pouvons multiplexer l'information analogique de N canaux vers un. L'ADC numérise donc les mesures les une à la suite des autres à une fréquence donnée.

ADC (CAN) : Avec le filtrage, c'est l'organe le plus complexe à utiliser. Il fera l'objet d'un chapitre particulier. Il y a plusieurs architectures d'ADC, ayant des avantages et des inconvénients. Leurs caractéristiques permettent de définir leur utilisation selon les spécifications du client.

Transmission des données : Le flux de données numérique sortant de l'adc doit être transmis à un organe de traitement et de stockage (FPGA ou μ processeur). Il existe différents protocoles assurant une liaison correcte des données comme le SPI (serial protocole interface) ou bien l'I2C ou CAN. Souvent, nous pouvons associer un code correcteur d'erreur (simple somme ou CRRC).

Séquenceur : Réalisé à l'aide de bascules dans un FPGA ou bien de code dans un processeur, le séquenceur sert à cadencer les signaux nécessaires à la réalisation de la mesure. Les séquenceurs utilisent les machines d'état (machine de Mealy, machine de Moore). Nous ne les aborderons pas dans ce cours (cf cours VHDL).

Transport des données : Les informations recueillies par le système d'acquisition et traitées doivent être transportées pour sauvegarde ou traitement globale en dehors du système DAQ proprement dit. Ce transport peut être de quelques centimètres à plusieurs centaines de kilomètres. Dans le premier cas, nous réutiliserons les protocoles pour la transmission de données. Pour un transport loin du système, nous utiliserons une couche physique de transport particulière soit en cuivre, soit en fibre optique soit radio. A l'heure actuelle, le protocole utilisé est souvent du IP soit TCP, soit UDP. Par exemple, on peut utiliser un protocole WiFi ou bien un protocole spécifique à l'application.

Flux de contrôle : Le système DAQ peut devoir configurer un certain nombre de ses organes (ADC, gain, traitement d'acquisition) ou bien recevoir des informations ou des commandes d'autres systèmes. Le flux d'information est donc dans le sens opposé aux informations de la mesure. C'est le flux de contrôle ou de configuration (slow control en anglais). Le protocole peut être de type SPI, CAN ou SPI mais peut faire également appel à la couche réseau (client/Serveur Ice)

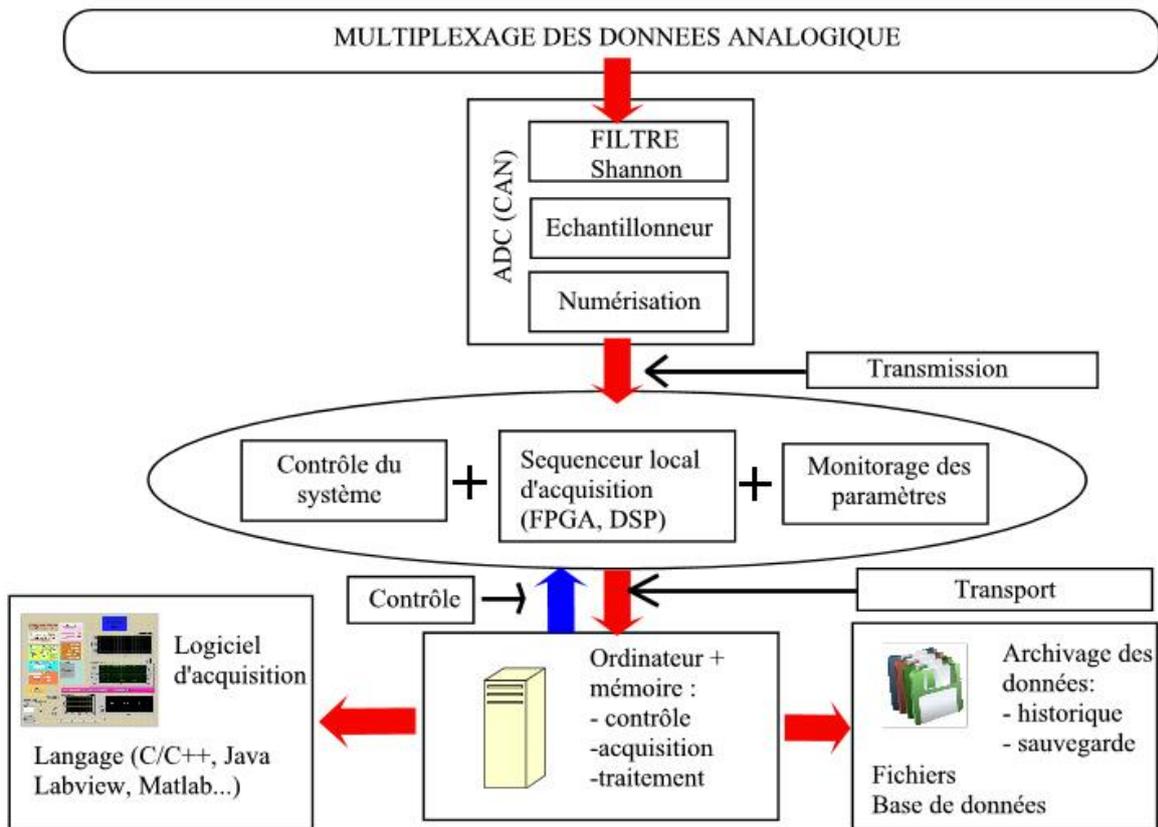


Figure 3 : Architecture back-end de numérisation et de traitement des données issues de la mesure analogique d'un processus physique continue.

I.3.3 Architecture pour détecteurs

Si le phénomène physique à acquérir est aléatoire, indéterminée ou sporadique, c'est l'analyse minutieuse du phénomène qui va dimensionner le système, comment acquérir le signal, comment le sélectionner et à quelle fréquence le système d'acquisition va devoir fonctionner pour minimiser la probabilité de ne pas mesurer le signal utile. Toute l'architecture est basée sur la minimisation du temps d'occupation (temps mort) du système DAQ par rapport à l'apparition du phénomène physique à détecter. Nous ferons appel aux fonctions discriminateur temporelle ou spatiale (comparateur, gabarit...) et à des algorithmes de déclenchements plus ou moins sophistiqués pour déterminer si le signal est à acquérir ou à rejeter. Dans ce type de système, la fréquence d'acquisition n'est pas simple à déterminer et nous devons nous aider de simulation, notamment des algorithmes dit de Monte-Carlo pour estimer le temps mort du système et savoir si le cahier des charges peut être tenu ou comment il faut dimensionner le système pour respecter les spécifications désirées.

Le principe est d'acquérir l'information analogique tout le temps mais de la numériser et de la traiter uniquement si un système de validation a donné son accord. Il peut donc y avoir plusieurs niveaux de validation et il faudra stocker l'information en attendant la décision de validation.

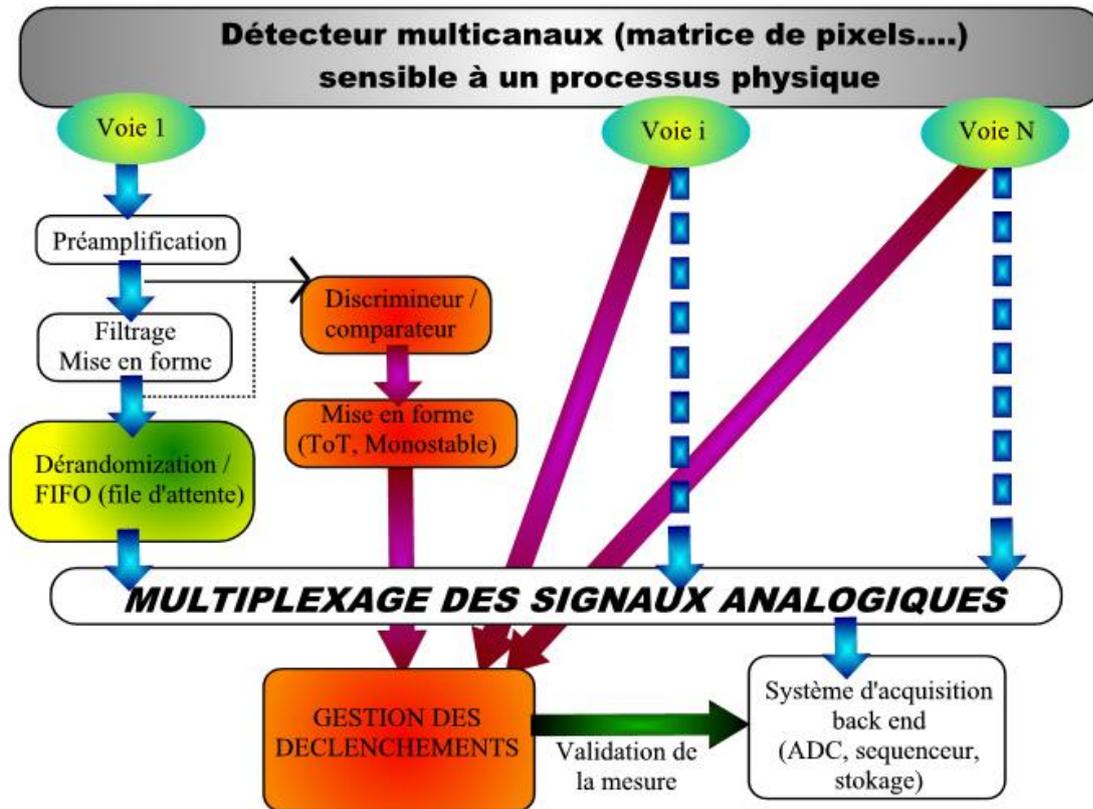


Figure 4 : Architecture d'un système d'acquisition d'un détecteur pour un processus physique discontinu ou aléatoire.

Détecteur : Le détecteur est un organe complexe qui interagit avec le phénomène à détecter, l'influence légèrement (perte d'énergie, diminution du nombre de particule). Le détecteur prélève une partie ou la totalité du signal physique pour permettre d'acquérir cette information. C'est par exemple le cas des détecteurs quantique (CCD, APS) prélevant des photons ou des particules (électrons, protons...) pour transformer leur énergie en signal électrique. Nous n'aborderons pas plus avant cet organe dans ce cours.

Préamplificateur + Filtrage : De même que pour les systèmes à base de capteurs, nous utilisons un amplificateur et son filtrage associé pour optimiser le rapport signal à bruit et la gamme dynamique de mesure utile.

Derandomization : Le phénomène physique à détecter est souvent un phénomène aléatoire répondant aux lois statistiques (décroissance radioactive...). Donc le temps de mesure dépend de la distribution statistique du phénomène. La derandomization est l'organe qui permet de transformer un flux d'information aléatoire en flux d'information périodique. Il fait appel à la théorie des files d'attente. Le principe est de sauvegarder les informations au fur et à mesure de leur arrivée et de les lire à une fréquence fixe. Il faut donc dimensionner la mémoire pour qu'elle ne soit jamais pleine et que l'on ne perde pas d'informations utiles.

Discriminateur et Mise en forme : Le discriminateur est une sorte de comparateur à seuil qui envoie un signal quand une information utile a été vue par le détecteur. Cette information est envoyée après mise en forme à l'organe de décision (gestionnaire des déclenchements). La somme de toutes les informations de déclenchement permet de valider ou non l'information comme étant une information à acquérir.

Selon la complexité du système d'acquisition, il peut y avoir de un à quatre niveau de décision pour valider l'acquisition de l'information. Son but est double :

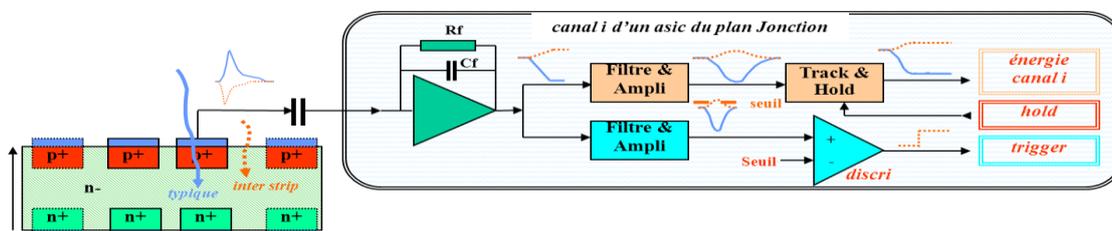
1. Etre sûr que l'information acquise a une certaine probabilité d'être utile ou voulue
2. Diminuer la quantité de données transportée et stockée.

I.4. Exemples de systèmes d'acquisition

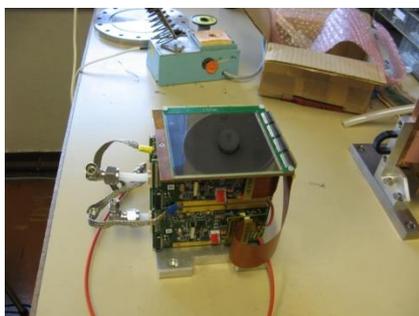
Sur les 3000 noyaux que compte l'univers uniquement 300 sont présents sur Terre. Une expérience de physique se propose d'utiliser des usines à noyaux exotiques (ions lourds) pour étudier les propriétés de la matière. Pour cela un instrument a été construit pour identifier les éléments constituant des noyaux lourds. Pour cela, le CEA et l'IN2P3 a réalisé un détecteur en semi-conducteur, assemblages de trois capteurs matricielles :

- Un silicium à strip
- Un silicium lithium
- Un cube de Csl (Cesium Iodate)

Il a fallu construire une électronique de lecture de ce détecteur. Nous allons nous intéresser pour l'exemple à une seule voie de détection d'un capteur comme présenté sur la figure ci-dessous.



La chaîne d'acquisition recueille la valeur analogique d'énergie et la numérise grâce à un ADC pipeline acheté dans le commerce. Les données sont stockées dans des fichiers de données et un séquenceur contrôle l'acquisition des données :



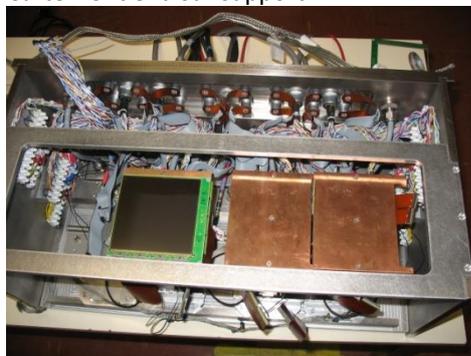
Module de detection (Si+ front end)



Carte front end sur support



Système DAQ en VME



Tiroir MUSETT intégrant 3 modules dont un équipé avec détecteur



Vus d'ensemble de la connectique

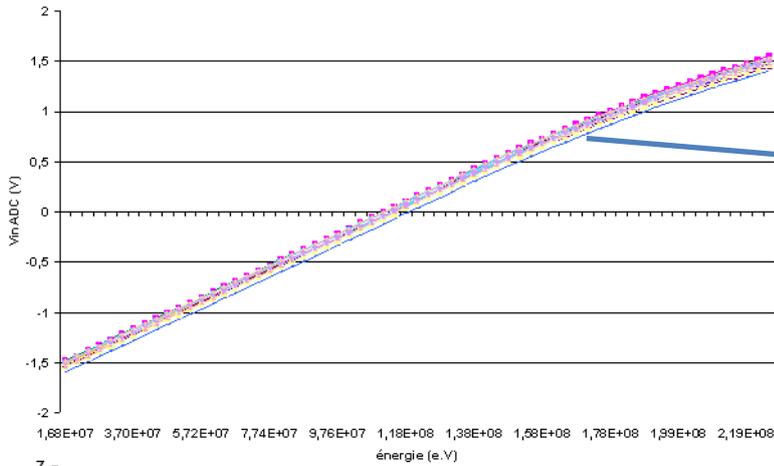


Test avec source d'américium

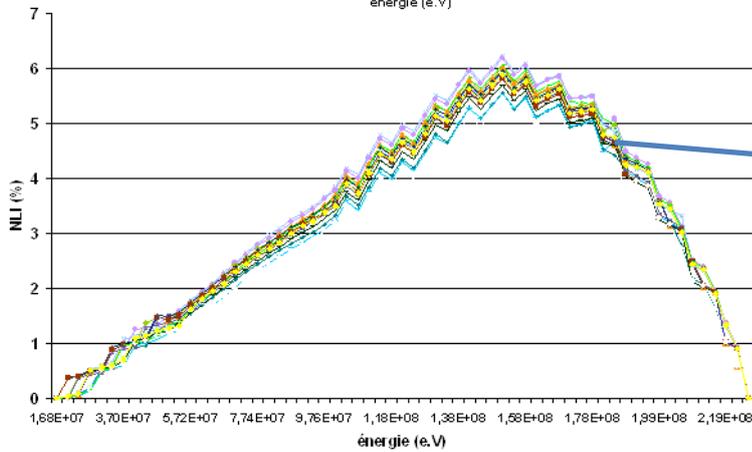


Intégration sur l'accélérateur du GANIL

Cela permet de caractériser le système en mesurant les linéarités en énergie et de connaître les déviations par rapport aux spécifications :



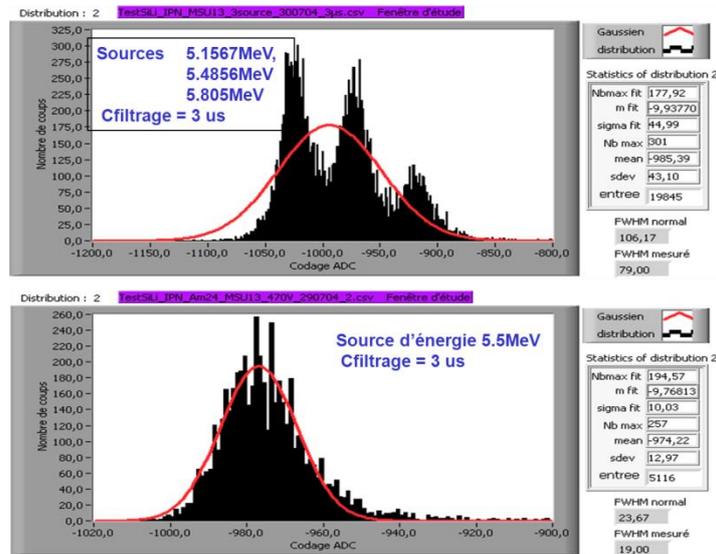
Fonction de transfert de la chaîne de mesure.



Linéarité intégrale calculée avec une droite de regression.

Le système permet ensuite de mesurer des spectres en énergie de différentes particules radioactives :

MATE ENERGIE Americium 5.5 MeV



II. Caractéristiques et Architectures des ADC (CAN)

La plupart des signaux physique détectés par nos sens comme la vue, l'ouïe, l'odorat etc... ainsi que les phénomènes biologique et physique sont continus dans le temps. Ils peuvent être traités par des filtres, piloter des organes mécaniques (moteur). Mais pour pouvoir les stockés, rendre flexible l'utilisation de ces informations, réaliser des calculs complexes (convolution, imagerie...), ils doivent être numérisés pour être compréhensible par les processeurs. C'est le rôle du convertisseur analogique-numérique CAN ou ADC de réaliser cette opération. Elle comporte trois opérations qui sont :

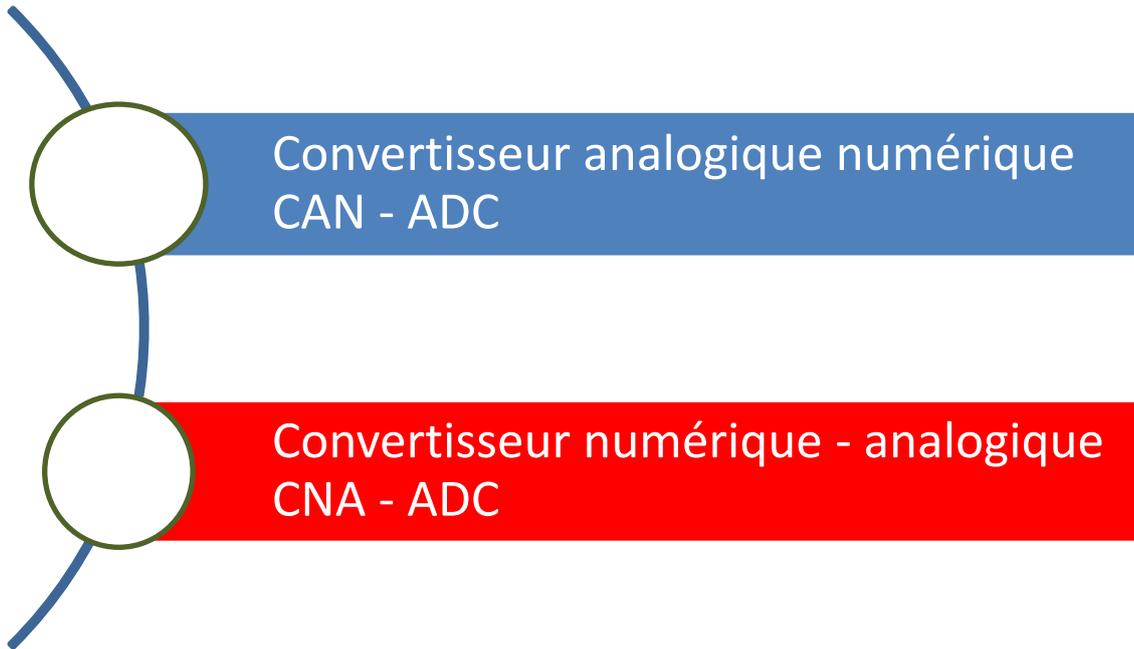
- L'échantillonnage à une fréquence fixe.(nous verrons l'utilité de cette fonction)
- La quantification, qui rend le signal constant pendant la durée de conversion.
- La numérisation (digitization) qui permet de coder l'information analogique selon un code binaire comme le binaire naturel, le code gray ou Johnson selon l'utilisation que l'on veut en faire.

Ci-dessous nous expliciterons ces trois fonctions qui sont, à l'heure actuelle, intégré dans un même circuit électronique. La façon dont sont réalisées ces fonctions donne les caractéristiques de l'ADC et sa gamme d'utilisation.

II.1. Le pourquoi du comment

Un convertisseur analogique-numérique échantillonne le signal à la fréquence f_s . Le signal est traité par un circuit de conditionnement. Ce circuit permet d'amplifier, de filtrer les signaux non désirés (Bruit, perturbation) et enfin de prévenir le phénomène du repliement en fréquence (aliasing). L'unité de traitement micro-processeur (DSP, PC, FPGA+RISC) doit soutenir le taux d'acquisition et donc le temps de traitement de l'information doit être inférieure à $1/f_s$ pour que les données puisse être reconverties en analogique et reproduire le signal voulu.

Ainsi, le système peut uniquement acquérir des données analogique pour stockage de l'information sous forme numérique et être post-traitée (Enregistrement sur CD). L'unité de traitement peut générer des informations numériques, les envoyer sur un convertisseur numérique analogique. Enfin, le système peut être plus complexe en acquérant des signaux analogiques pour un traitement en ligne et une restitution du signal analogique à travers un système numérique. L'avantage est l'amélioration du rapport signal à bruit et donc la qualité du signal traité. Mais il faut donc comprendre les deux fonctions de conversions qui sont :



Pour cela, il faut étudier trois concepts à la base de ces fonctions :

- L'échantillonnage à temps discret (quantification)
- La résolution d'amplitudes finies dû à la quantification
- Le codage de l'information

L'échantillonnage à temps discret

- Quantification
- capacité commutée

La résolution d'amplitudes finies dû à la quantification

- Bruit
- Précision

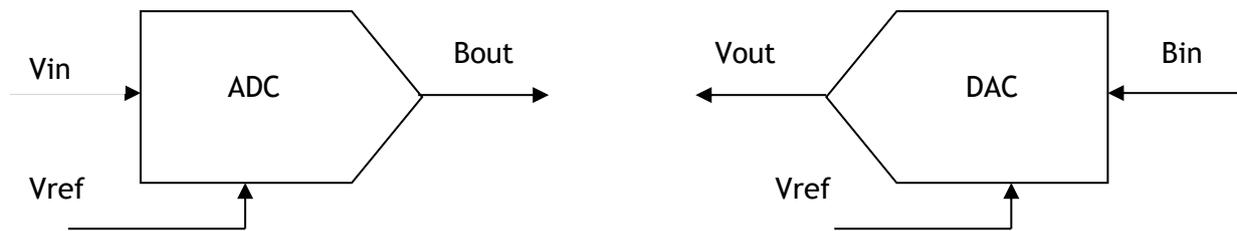
Le Codage de l'information

- code binaire
- complément à 2

II.1.1 Le codage

Le principe est de faire correspondre un intervalle de valeurs continues en une valeur binaire compréhensible par l'ordinateur. Plus l'intervalle est petit, plus il faut une gamme de valeurs binaires importante et donc un nombre de bit

important. C'est tout l'enjeu de la conception des numériseurs ADC. Coder le plus rapidement possible avec le plus grand nombre de bit et donc la meilleure précision.



II.1.1.1. DAC idéal

Pour un convertisseur numérique / analogique, nous considérons B_{in} comme le mot numérique d'entrée :

$$B_{in} = b_1 2^{-1} + b_2 2^{-2} + \dots + b_N 2^{-N} \text{ avec } b_i \text{ égal à } 0 \text{ ou } 1.$$

b_1 est le bit de poids fort (most significant bit) et b_n est le bit de poids faible (Least significant bit). Cette représentation est celle d'un nombre positif. Pour les nombres négatifs, il existe plusieurs codages possibles selon la technologie ADC utilisée. Un codage simple des nombres négatifs est de considérer le bit b_1 comme bit de signe par exemple (cf Tableau ci-dessous).

La création du signal V_{out} de sortie se fait grâce à une référence de tension V_{ref} que l'on multiplie à B_{in} .

$$V_{out} = V_{ref}(b_1 2^{-1} + b_2 2^{-2} + \dots + b_N 2^{-N}) = V_{ref} \times B_{in}$$

On peut alors définir la tension minimale LSB comme étant : $V_{LSB} = \frac{V_{ref}}{2^N}$

Ainsi, nous pouvons définir une nouvelle unité appelée LSB : $1 \text{ LSB} = \frac{1}{2^N}$

La fonction de transfert d'un DAC est représentée ci-dessous. Pour N bit de précision, on aura donc $N-1$ intervalle valide. Donc l'amplitude maximum délivrée après le DAC sera $V_{ref} - V_{LSB}$, équivalent à $V_{ref}(1-2^{-N})$.

fonction de transfert d'un DAC bipolaire 4 bits

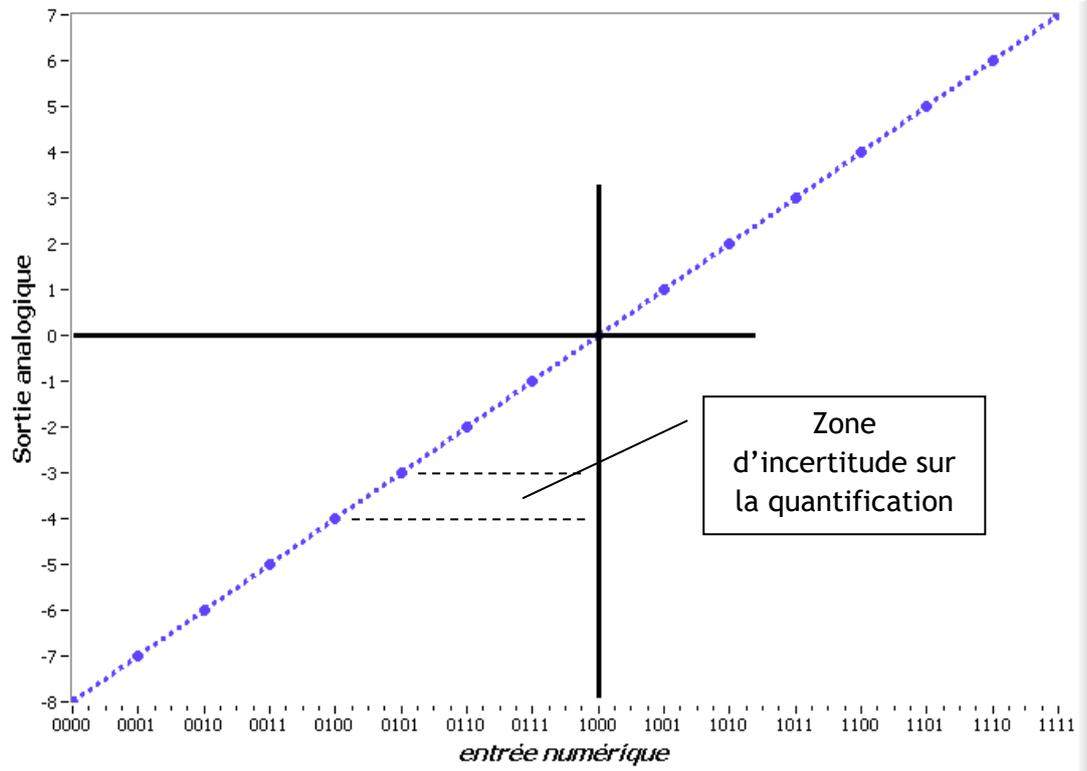


Table : Représentation sur 4 bits des nombres signés

Nombre	Nombre normalisé	Nombre signé	Complément à 1	Nombre binaire à décalage	Complément à 2
+7	PE-1LSB = +7/8.PE	0111	0111	1111	0111
+6	+6/8.PE	0110	0110	1110	0110
+5	+5/8.PE	0101	0101	1101	0101
+4	+4/8.PE	0100	0100	1100	0100
+3	+3/8.PE	0011	0011	1011	0011
+2	+2/8.PE	0010	0010	1010	0010
+1	+1/8.PE	0001	0001	1001	0001
+0	+0/8.PE	0000	0000	1000	0000
(-0)	(-0) /8.PE	(1000)	(1111)		
-1	-1/8.PE	1001	1110	0111	1111
-2	-2/8.PE	1010	1101	0110	1110
-3	-3/8.PE	1011	1100	0101	1101
-4	-4/8.PE	1100	1011	0100	1100
-5	-5/8.PE	1101	1010	0011	1011
-6	-6/8.PE	1110	1001	0010	1010
-7	-PE+1LSB =-7/8.PE	1111	1000	0001	1001
-8	-8/8.PE			0000	1000

De nombreux DAC et ADC bipolaire (à nombre signé) utilise le codage en complément à deux pour signifier la parité du nombre codé. (ex :)

II.1.1.1. ADC idéal

Un ADC possède deux entrées et une sortie. Bout est le mot binaire codant l'information venant de V_{in} suivant la gamme spécifiée selon l'entrée V_{ref} . Suivant la définition de VLSB du DAC idéal, VLSB est le signal correspondant au changement d'un seul LSB dans l'ADC. Par convention, tout signal d'entrée compris dans l'intervalle $-\frac{1 \times V_{LSB}}{2} \leq V_x \leq 1 \times \frac{V_{LSB}}{2}$ augmente de un bit le nombre binaire. Cela se traduit par la fonction de transfert ci-dessous :

$$V_{ref}(b_1 \cdot 2^{-1} + b_2 \cdot 2^{-2} + \dots + b_N \cdot 2^{-N}) = V_{in} \pm V_x$$

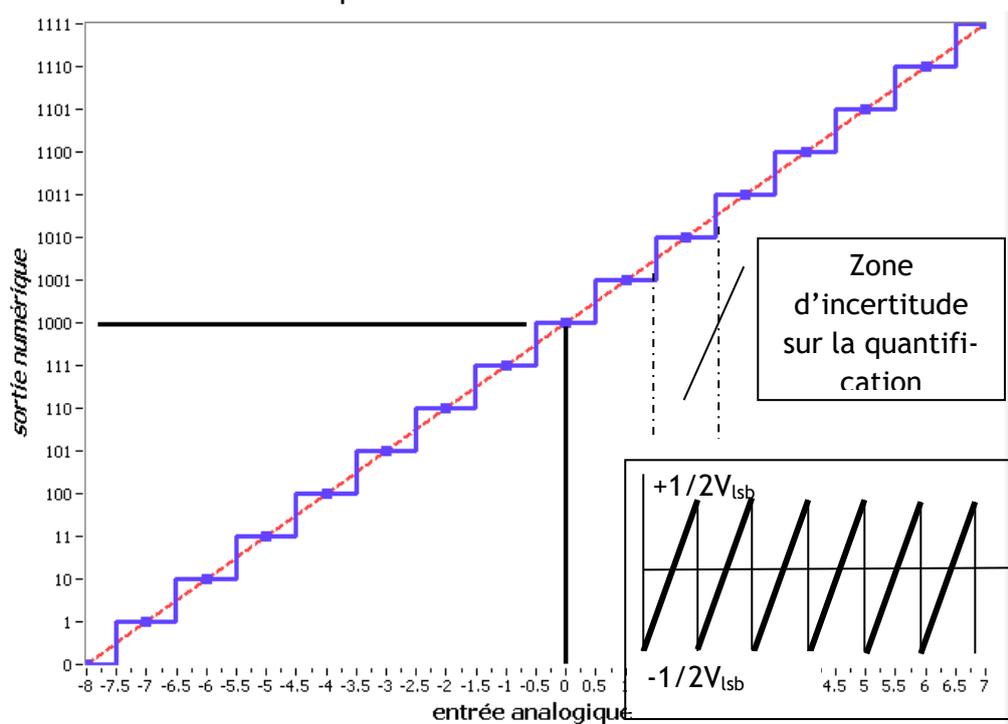
Comme un intervalle de valeur d'entrée correspond à une valeur binaire identique, cela entraine une erreur de quantification intrinsèque à l'ADC. C'est la limite pure de la précision de l'ADC. Attention, cette erreur n'existe pas dans le cas du DAC car le signal de sortie est bien défini.

On peut modéliser le signal quantifié $V_{quantifié}$ comme étant la somme du signal d'entrée V_{in} avec un signal de bruit de quantification V_Q :

$$V_{quantifié} = V_{in} + V_Q$$

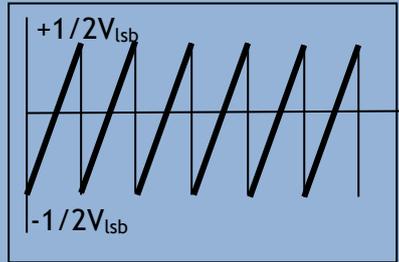
V_Q étant un bruit, nous devons utiliser les outils statistiques classiques pour déterminer sa puissance de bruit. Une première approche déterministe consiste à modéliser V_Q et ensuite à calculer la valeur RMS. Une seconde approche est de considérer le signal V_Q comme une variable aléatoire stochastique et de calculer sa moyenne et son écart type.

fonction de transfert d'un ADC bipolaire 4 bits



Approche déterministe :

Si V_{in} est une rampe en fonction du temps, V_Q est un signal périodique de période T (temps d'échantillonnage) limité en amplitude à $\pm \frac{1}{2}V_{LSB}$. En effet, V_Q est la différence entre V_{in} et $V_{quantifié}$, signal en marche d'escalier (cf courbe ci-dessous).



Suivant V_Q , on constate que la moyenne du signal est nulle. Sa valeur RMS est donnée par :

$$V_{Q(rms)} = \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} V_Q^2 \cdot dt \right]^{1/2} = \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} V_{LSB}^2 \left(\frac{-t}{T} \right)^2 \cdot dt \right]^{1/2}$$

$$= \left[\frac{V_{LSB}^2}{T^3} \left(\frac{t^3}{3} \Big|_{-T/2}^{T/2} \right) \right]^{1/2} = \left[\frac{V_{LSB}^2}{T^3} \left(\frac{T^3}{12} \right) \right]^{1/2} = \frac{V_{LSB}}{\sqrt{12}}$$

$V_{Q(rms)}$ est donc proportionnel au nombre de bit N de l'ADC.

L'approche précédente faisait appel à un type de signal d'entrée particulier, la rampe de tension. Pour une approche plus générale, l'approche stochastique est utilisée. Nous considérons V_Q comme une variable aléatoire uniformément distribuée sur $\pm \frac{1}{2}V_{LSB}$. La densité de probabilité est donc une constante.

Approche stochastique :

A partir de la densité de probabilité ci-dessous, calculons la moyenne et l'écart type :

$$V_{Q(AVG)} = \int_{-\infty}^{\infty} X \cdot f_Q(X) \cdot dX = \frac{1}{V_{LSB}} \int_{-\frac{V_{LSB}}{2}}^{\frac{V_{LSB}}{2}} X \cdot dX = 0$$

$$V_{Q(rms)} = \left[\int_{-\infty}^{\infty} X^2 \cdot f_Q(X) \cdot dX \right]^{1/2} = \frac{1}{V_{LSB}} \int_{-\frac{V_{LSB}}{2}}^{\frac{V_{LSB}}{2}} X^2 \cdot dX = \frac{V_{LSB}}{\sqrt{12}}$$

Nous obtenons bien le même résultat que pour la méthode déterministe mais pour le cas général.

Il est aisé maintenant de déterminer le meilleur rapport signal à bruit (Signal-to-Noise Ratio) pour un ADC de N bit selon le type de signal d'entrée :

Pour un signal en dent de scie, nous avons (comme calculé avec V_Q) la valeur RMS de V_{in} est équivalent à $V_{Q(rms)}$ pour $V_{in(max)} = V_{ref}$.

D'où : $SNR = 20 \cdot \log \frac{\frac{V_{ref}}{\sqrt{12}}}{\frac{V_{LSB}}{\sqrt{12}}} = 20 \cdot \log(2^N) = 6.02 N \text{ dB}$

Dans le cas d'un signal sinusoïdale (tout signal périodique peut être représenté par une somme de signaux sinusoïdaux), $SNR = 20 \cdot \log \frac{\frac{V_{ref}}{2\sqrt{2}}}{\frac{V_{LSB}}{\sqrt{12}}} = 20 \cdot \log \left(\sqrt{\frac{3}{2}} 2^N \right) = 6.02 N + 1.76 \text{ dB}$

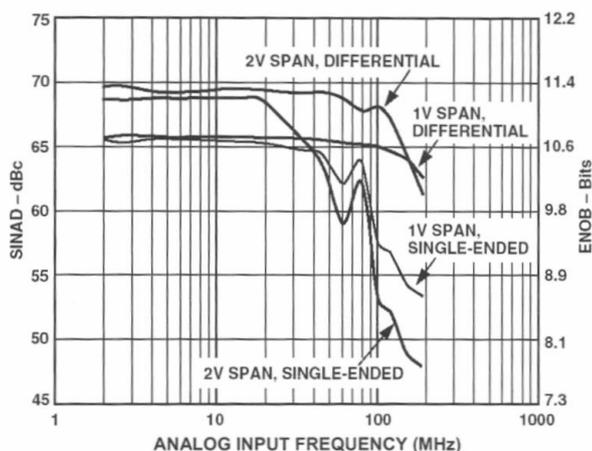
Il est à noter que SNR dépend du nombre de bit de l'adc mais également de l'amplitude du signal d'entrée. Nous avons considéré dans le calcul précédent une amplitude égale à Vref. Mais si l'amplitude est plus faible, SNR diminue également selon la formule suivante :

$$SNR = 20 \cdot \log \frac{\frac{V_{ref}}{2\sqrt{2}}}{\frac{V_{LSB}}{\sqrt{12}}} = 6.02 N + 1.76\text{dB} + 20 \cdot \text{Log} \left(\frac{V_{sin}}{V_{ref}} \right)$$

Ainsi, chaque bit ajouté apporte 6 db au SNR. Si une spécification en SNR est donnée, cela permet de définir le nombre de bit effectifs à avoir :

$$N_{\text{effectif}} = \frac{(SNR - 1.76\text{dB})}{6.02}$$

SINAD, ENOB, and SNR



Ainsi la conception d'une carte avec ADC doit spécifier le rapport signal sur bruit et une analyse fine du bruit doit être réalisée pour que l'on ne perde pas en résolution et obtenir une carte avec un nombre de bit effectif inférieur au nombre de bit de l'ADC.

II.1.2 La quantification

La quantification est la fonction de maintien de la valeur échantillonnée pour ensuite réaliser le codage de la valeur analogique ainsi sauvegardée. Cette sauvegarde a une durée limitée qui détermine le temps de conversion. On peut se poser la question « pourquoi a-t-on besoin de ce maintien ? ».

S'il n'y a pas de maintien du signal pendant le codage, une fluctuation du signal plus grand qu'un LSB entraîne une grande erreur sur la valeur codée. Considérons un ADC codant un signal sinusoïdale en 8µs. En normalisant l'amplitude du signal par rapport à l'échelle de codage (Pleine échelle de l'ADC), l'amplitude maximum de la sinusoïde est $\frac{q2N}{2}$.

Regardons quelle fréquence maximum d'échantillonnage est admissible sans commettre d'erreur sur le codage de l'information.

$$v(t) = \frac{q2^N}{2} \cdot \sin(2 \times \pi \times f \times t)$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = \frac{q2^N}{2} \times 2\pi f \times \cos(2\pi f t)$$

ADC 12-bit

100 kHz

$$\frac{\Delta V}{\Delta T} |_{max} = \frac{q2^N}{2} \times 2\pi f_{max} \Rightarrow f_{max} = \frac{\frac{\Delta V}{\Delta T} |_{max}}{q\pi \cdot 2^N}$$

Application numérique :

$\Delta T = 8\mu s$ et $\Delta V = 1 \text{ LSB} = q$

N = 12 bits

$$f_{max} = \frac{1}{\pi \times 8.10^{-6} \times 4096} = 9,7 \text{ Hz}$$

Conclusion: Sans maintien (track and hold), même avec un codeur rapide, la fréquence d'échantillonnage reste très faible pour ne pas commettre d'erreur.

II.1.3 Le critère de Nyquist (théorème de Shannon)

Plus le convertisseur échantillonne le signal analogique rapidement, plus la cohérence du signal numérisé est bonne. Mais quel est le nombre d'échantillons minimaux à prendre (quelle est la fréquence d'échantillonnage maximum) pour permettre une bonne restitution du signal d'entrée ?

La réponse a été apportée par Nyquist et Shannon en même temps. Le critère de Nyquist stipule que la fréquence d'échantillonnage doit être le double de la plus grande des fréquences contenues dans le signal convertie. Dans le cas contraire, il y a une perte d'information.

Si la fréquence d'échantillonnage est deux fois plus petite que la fréquence maximale du signal analogique (bande passante), alors il y a un phénomène de repliement en fréquence (aliasing).

- $F_s > 2 \cdot B_{analogique}$ → on utilise Fourier, Laplace, la transformée en Z pour étudier le système.
- $F_s < 2 \cdot B_{analogique}$ → on a du repliement en fréquence. On l'utilise dans les communications et les radars.

Corrolaire : Si un signal a des composantes fréquentielles compris entre f_b et f_a , alors $F_s > 2 \cdot (f_b - f_a)$ pour prévenir le chevauchement des composantes fréquentielles pour le signal numérisé.

Le paragraphe modélisation explicitera ce théorème du point de vue fréquentiel pour une meilleure compréhension du comportement d'un convertisseur.

Remarque : De façon pratique, le critère de Nyquist n'est jamais totalement applicable et on a toujours un léger repliement en fréquence. En effet, la pente de coupure haute n'est jamais infinie et la notion de fréquence maximale n'existe pas. On ne peut que chercher à minimiser cet effet.

II.1.4 Les imperfections et leurs conséquences

Les DACs et les ADCs ont une fonction de transfert linéaire qui peut s'exprimer par $N = D + G.A$ ou N est la valeur numérique issue de la valeur analogique A dépendant de deux constantes D décalage ou offset et G gain du composant. Les erreurs sur D et G définissent les imperfections des convertisseurs. Selon leur type de variations, plusieurs erreurs sont définies pour connaître l'éloignement du convertisseur réel par rapport au convertisseur idéal.

II.1.4.1. Le gain

Le gain est la différence entre une courbe de transfert idéal et la courbe de transfert mesurée relative à une coordonnées de départ nulle (l'offset de départ a été soustrait).

$$\text{Pour le DAC : } E_{\text{gain}} = \left(\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{LSB}}} \Big|_{1.1} - \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{LSB}}} \Big|_{0.0} \right) - (2^N - 1)$$

$$\text{Pour l'ADC : } E_{\text{gain}} = \left(\frac{V_{1.1}}{V_{\text{LSB}}} - \frac{V_{0.0}}{V_{\text{LSB}}} \right) - (2^N - 2)$$

II.1.4.2. L'offset

L'erreur d'offset (erreur de décalage) est la tension de sortie pour un code nul dans le cas du DAC. Pour l'ADC, c'est la déviation de la première valeur binaire d'1/2 LSB rapporté à VLSB.

$$\text{Pour le DAC : } E_{\text{off}} = \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{LSB}}} \Big|_{0.0}$$

$$\text{Pour l'ADC : } E_{\text{off}} = \frac{V_{0.01}}{V_{\text{LSB}}} - \frac{1}{2} \text{ LSB}$$

II.1.4.3. La résolution

C'est le nombre distinct de niveau de signal analogique correspondant au mot binaire correspondant. Cela veut dire que M bit de résolution pour un ADC ou DAC N bits signifie que le composant résout 2^M niveau distinct de signaux analogique avec $M \leq N$. Les causes pour lesquels M est plus petite que N peuvent être :

- Un bruit aléatoire trop important dégradant le rapport signal à bruit
- Une linéarité intégrale supérieure à 1 LSB.
- Une linéarité différentielle supérieure à 1 LSB.
- Des signaux d'entrée perturbés

Néanmoins la résolution de convertisseurs de données peut être exprimée de différentes manières :

- Poids de LSB
- Partie par millions de la pleine échelle
- Millivolts
- Etc....

Le tableau ci-dessous résume la conversion des différentes façons d'exprimer la sortie ou l'entrée d'un ADC ou DAC :

RESOLUTION N	2^N	VOLTAGE (10V PE)	ppm PE	% PE	dB PE
2-Bit	4	2.5 V	250000	25	-12
4-Bit	16	625 mV	62500	6.25	-24
6-Bit	64	156 mV	15625	1.56	-36
8-Bit	256	39.1 mV	3906	0.39	-48
10-Bit	1024	9.77 mV	977	0.098	-60
12-Bit	4096	2.44 mV	244	0.024	-72
14-Bit	16384	610 μ V	61	0.0061	-84
16-Bit	65536	153 μ V	15	0.0015	-96
18-Bit	262144	38 μ V	4	0.0004	-108
20-Bit	1048576	9.54 μ V	1	0.0001	-120
22-Bit	4194304	2.38 μ V	0.24	0.000024	-132
24-Bit	16777216	596 nV	0.06	0.000006	-144

La technologie actuelle permet d'avoir des ADCs 14 bits avec une fréquence d'échantillonnage 100 MHz sur 2V de pleine échelle (± 1 V). Cela donne un lsb de 61 μ V.

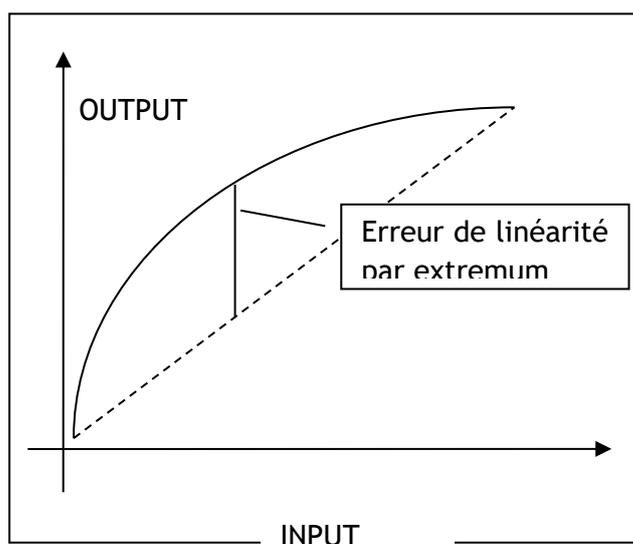
II.1.4.4. La précision

La précision absolue correspond à la différence entre la fonction de transfert attendue et la fonction de transfert mesurée. C'est la somme des erreurs de gain, d'offset et de linéarité. La précision relative est la valeur maximale de l'erreur de linéarité intégrale. C'est le paramètre qui permet de définir les exigences du système d'acquisition pour la numérisation du signal. C'est donc un paramètre du cahier des charges.

II.1.4.5. La linéarité intégrale

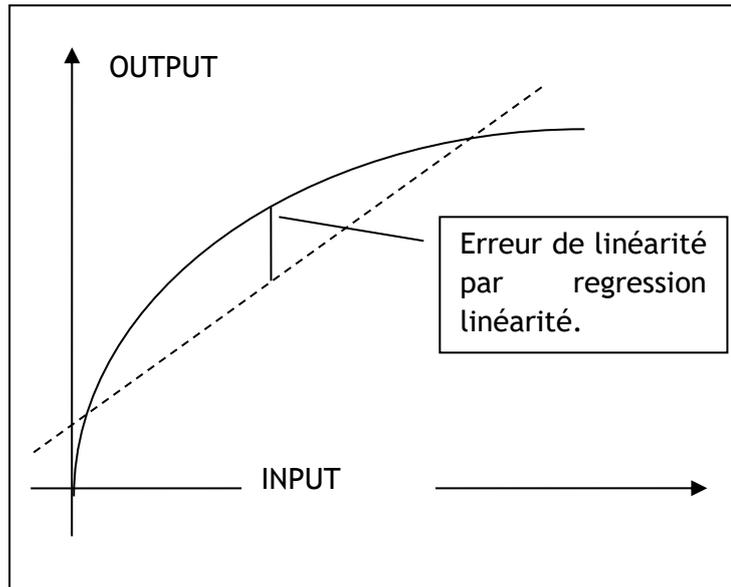
Comme son nom l'indique, la linéarité intégrale correspond à la différence entre une droite de référence et la droite mesurée entre l'entrée et la sortie. Généralement, deux types de droite de référence sont considérés :

Nous calculons la pente de la droite idéale en prenant les coordonnées à $x=0$ et à $x=Max(entrée)$. Bien que cela maximise l'erreur de linéarité intégrale, le calcul est plus simple.



A partir des données mesurées $V_{out} = f(V_{in})$, nous calculons la droite de régression et son écart type.

Cela revient également à calculer pour chaque code la valeur moyenne entre la courbe réelle et la courbe



théorique (régression linéaire) :

$$LinInt(i) = \sum_{j \leq i} \frac{q_j - q}{q} \rightarrow Max[linInt(i)]$$

II.1.4.6. Linéarité différentielle

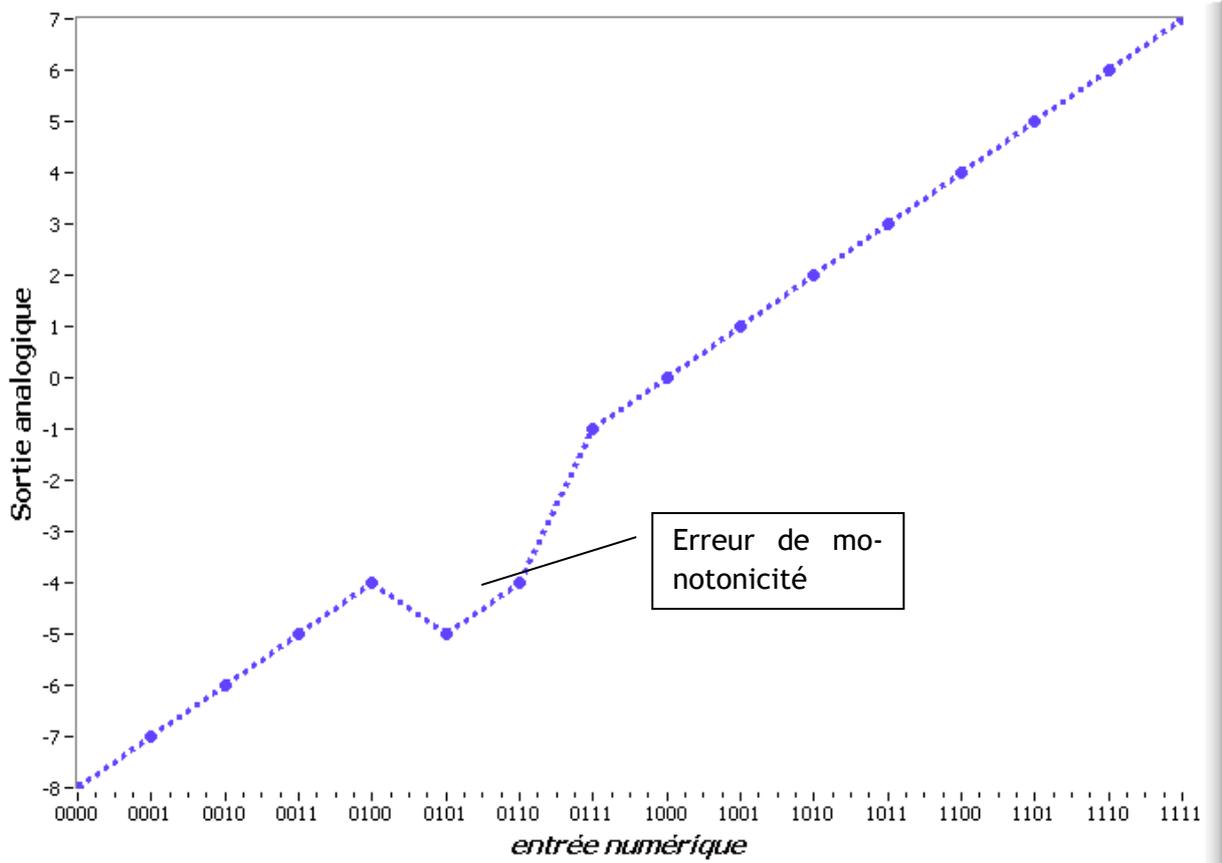
Cette erreur calcule la différence entre chaque marche d'escalier de la fonction de transfert du convertisseur par rapport à la valeur du LSB attendue. La valeur maximale de cette erreur donne une idée des performances du convertisseur. Si la marche d'escalier est très petite, on peut aller jusqu'à avoir un code manquant. Si cette marche est moins que -1 LSB, le convertisseur peut devenir non monotone et donc entraîner des non-linéarités dans la conversion.

On peut mesurer cette « non-linéarité différentielle » en calculant la différence entre chaque pas de quantification de chaque code avec le pas théorique suivant l'équation :

$$linDiff(i) = \frac{q_i - q}{q} \rightarrow NLD = Max[linDiff(i)]$$

On en prend la valeur maximum comme caractéristique de l'adc.

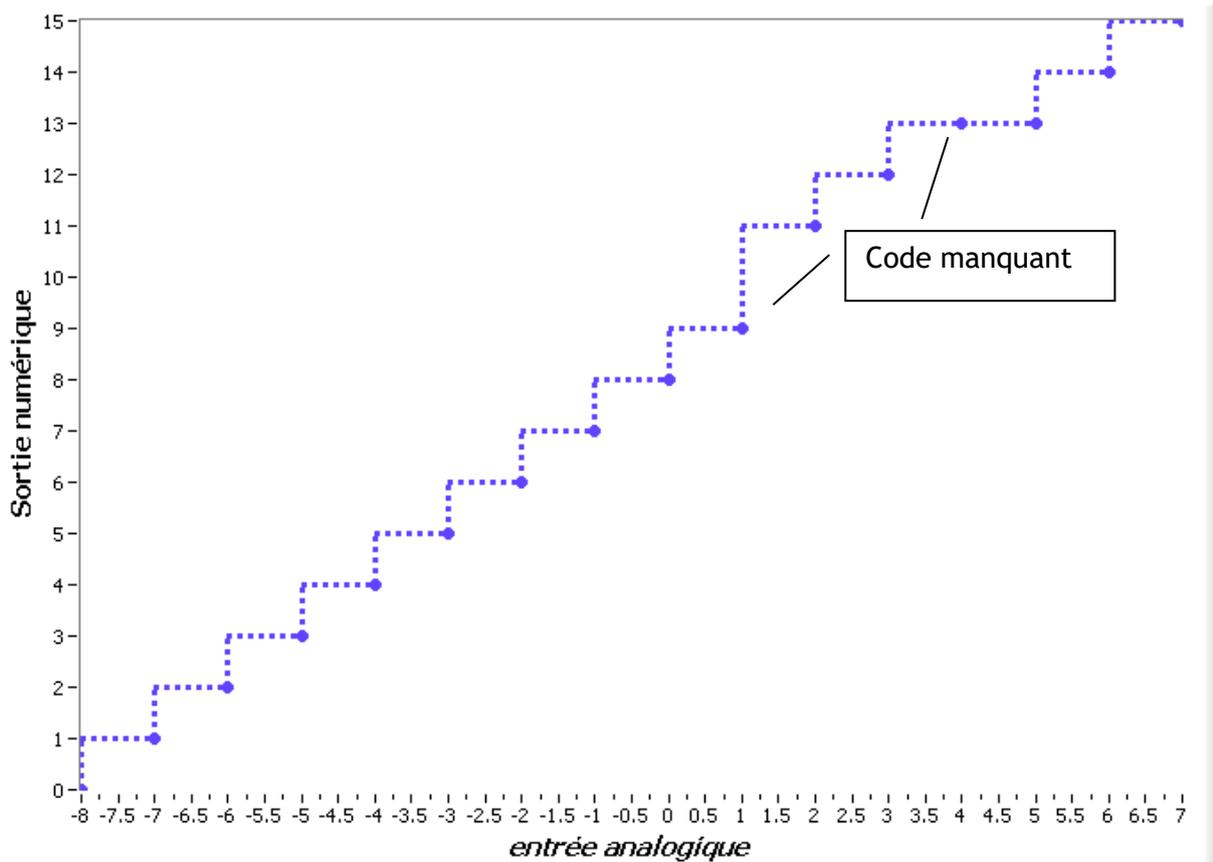
fonction de transfert d'un DAC bipolaire 4 bits non monotonic



II.1.4.7. Code manquant

Pour un intervalle de valeurs analogiques supérieur à 1 LSB en entrée d'un ADC, nous obtenons une valeur numérique identique. Il peut également se trouver que la sortie numérique ne donne pas l'ensemble des codes disponibles pour la dynamique d'entrée du codeur. C'est essentiellement dû à des architectures en cascade qui se raccordent mal entre chaque partie électronique. La plupart des adc du commerce ne présente plus ce type d'erreur sauf cas particulier.

fonction de transfert d'un ADC bipolaire 4 bits avec code manquant

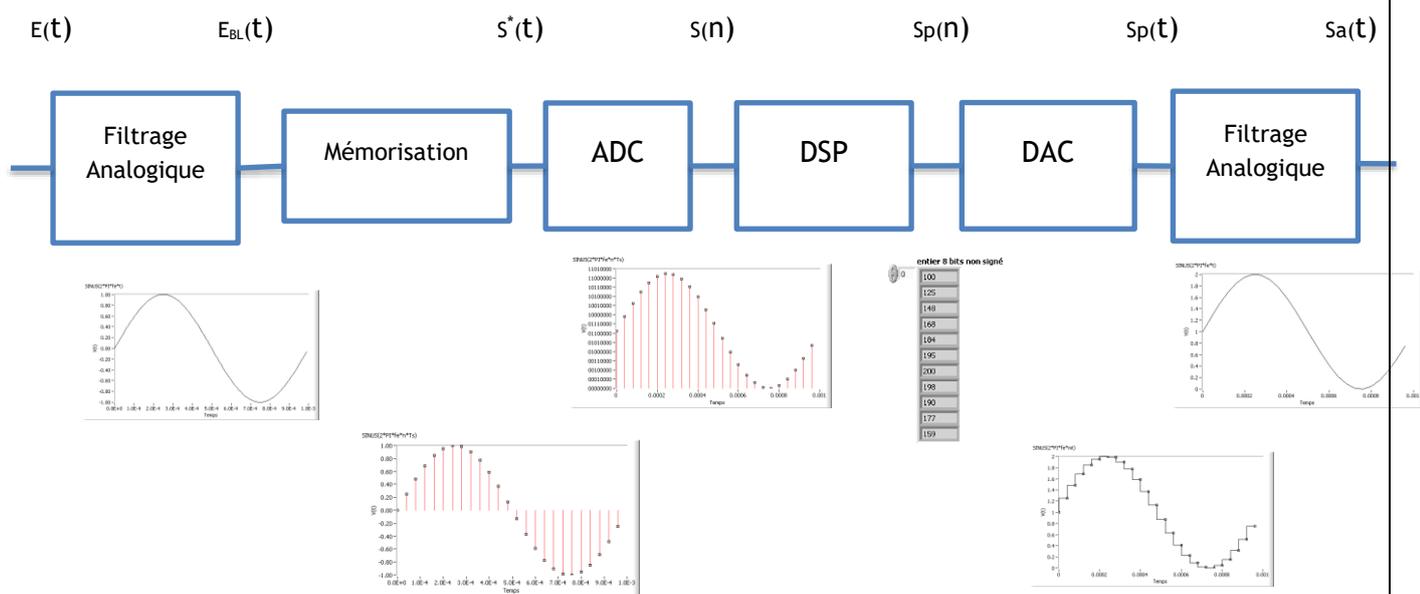


En conclusion, un convertisseur analogique numérique ou numérique analogique présent dans le commerce doit être étudié précautionneusement pour comprendre ses performances et pouvoir déterminer s’il convient dans le système à l’étude. De plus, il existe donc sources d’imprécision comme le temps d’échantillonnage qui peut varier et bien sûr le bruit des éléments de commutations à l’intérieur du codeur. Ces variations dynamiques vont être étudiées dans le paragraphe suivant car cela nécessite une compréhension mathématique des phénomènes, notamment l’aliasing et le bruit d’échantillonnage intrinsèques à l’adc.

II.2.Traitement du signal

II.2.1 Numérisation

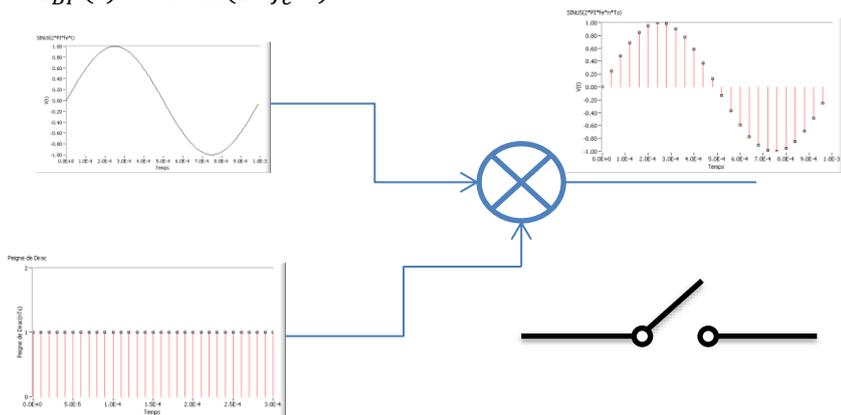
Le traitement numérique du signal utilise les calculateurs (Ordinateur, microcontrôleur, DSP...) et donc l’opérande de base est le nombre. La conversion analogique numérique est donc une obligation pour traiter de façon rapide et fiable les données de processus physiques (sons, image, mesure physique [température, pression, tension, courant]...). Parfois ce même traitement numérique doit être reconverti en signaux analogique pour être interprété par d’autres organes (oreille, moteurs, détecteurs...). L’architecture globale est donc représentée sur la figure ci-dessous.



De façon mathématique, l'opération de mémorisation s'appelle l'échantillonnage du signal analogique et consiste à la multiplication du signal analogique par la distribution peigne de Dirac. Cela a des conséquences au niveau spectral qui rend obligatoire l'emploi d'un filtrage pour limiter la bande passante du signal d'entrée.

Le passage du domaine continu au domaine des signaux numérisés correspond à deux approximations successives du signal analogique. Dans le domaine des temps, l'échantillonnage remplace un temps continu par des valeurs à des instants entiers multiples du temps d'échantillonnage. Le signal à temps discret a donc perdu la notion de temps. On a une suite de nombre avec un indice et non plus un temps. La seconde approximation est la quantification de l'information qui affecte la valeur vraie d'une erreur VQ.

$$E_{BP}(t) = A \cdot \sin(2\pi f_e \cdot t)$$



Sortie de l'échantillonneur

$$S^*(t) = \sum_n E_{BP}(t) \cdot \delta_u(t - nT_s)$$

Impulsion d'échantillonnage

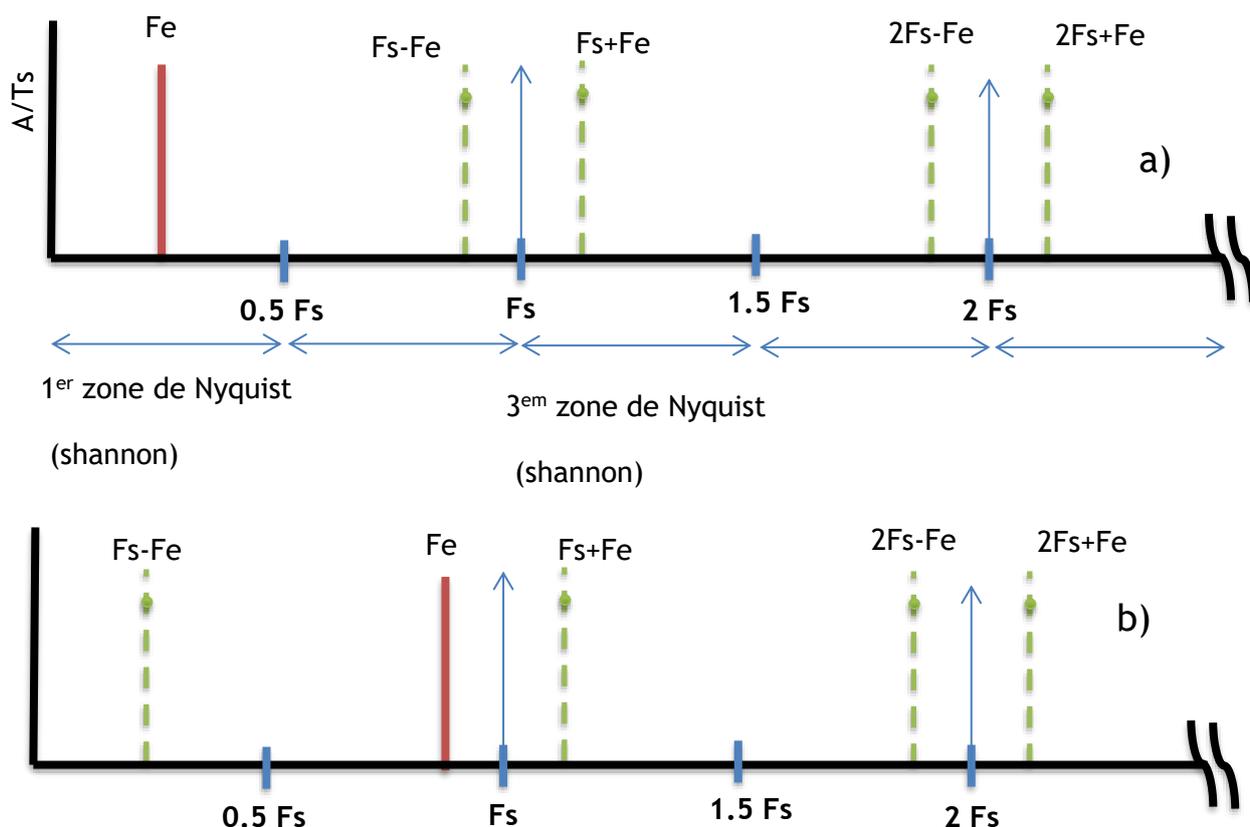
$$\delta_u(t - nT_s)$$

DAQ: du détecteur à la mesure

La transformée de Fourier de $S^*(t)$ permet de comprendre l'utilité d'un filtrage limitant la bande passante d'entrée. La figure ci-dessous donne le spectre en fréquence de la fonction échantillonnage. La formule mathématique de ce spectre en fréquence est :

$$S^*(f) = \frac{1}{T_e} \sum_n E_{BP}(f - nT_s) \quad | \quad f=v.f_s$$

$$S^*(f) = \frac{A}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} [\delta(f - f_e + k.f_s) + \delta(f + f_e + k.f_s)] \quad \text{Pour un signal sinusoïdal.}$$



En définissant la « 1^{er} zone de Nyquist » comme étant $F_s/2$, nous comprenons qu'un signal à échantillonner doit toujours se trouver dans cette zone sinon il y a un repliement en fréquence qui peut détériorer la réponse du signal lors de la reconstruction après traitement. Dans le cas de la figure a), la fréquence maximale du signal d'entrée est dans la 1^{ère} zone de Nyquist. En employant un filtrage adéquat, nous pourrions récupérer le signal analogique d'entrée. Dans le cas b), le signal analogique se situe en dehors de la « 1^{ère} zone de Nyquist ». Donc, il y a une fréquence fantôme à $F_s - F_e$ qui peut se retrouver dans la « 1^{ère} zone de Nyquist » et donc créer de la distorsion lors de la reconstruction du signal par le DAC.

Généralement, le signal à échantillonner est plus complexe qu'un simple sinus et donc possèdent des composantes fréquentielles diverses. Le signal utile est accompagné de bruit, qui peut avoir un spectre en fréquence infini. Pour une bonne reconstruction du signal, il faudrait échantillonner le signal à la fréquence double de sa composante fréquentielle maximale. En pratique, il est préférable de déterminer la fréquence d'échantillonnage en fonction des critères de

coûts d'adc et de spécifications systèmes et de limiter la bande passante du signal d'entrée à $F_s/2$ dans la 1ère zone de Nyquist. C'est le filtrage analogique anti-repliement que l'on doit dimensionner dans la chaîne d'acquisition.

En analysant les composantes fréquentielles du signal d'entrée et la fréquence d'échantillonnage, nous pouvons élaborer des applications où un sous-échantillonnage et un suréchantillonnage sont applicables (communication avec l'équivalent d'une démodulation, l'adc sigma-delta).

Nous venons de voir un modèle théorique pour expliquer l'échantillonnage du signal et ses inconvénients. En réalité, la fonction peigne de Dirac n'existe pas et on a des créneaux à la place de Dirac. Cela signifie que la transformée de Fourier réelle de $S^*(t)$ doit être multiplié par la transformée de Fourier d'un signal en créneau. Ainsi, l'échantillonneur théorique est filtré par un sinus cardinal. Cela veut dire que le signal échantillonné est atténué par ce filtre. Il faudra compenser cette distorsion par un gain pour récupérer le signal juste.

Ainsi, un modèle de simulation d'un Adc comprend un filtre anti-repliement, un échantillonneur bloqueur pour la quantification et une fonction de correspondance (look up table) permettant le codage des valeurs quantifier sous forme binaire et un gain pour compenser selon le cas l'atténuation dû au sinus cardinal.

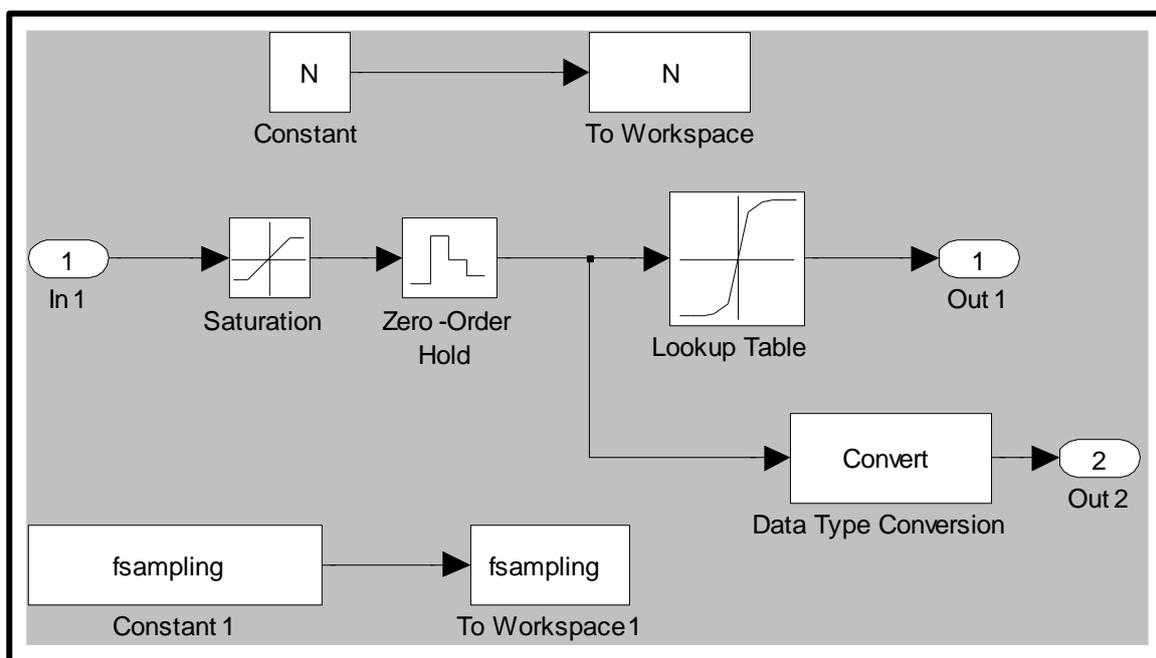


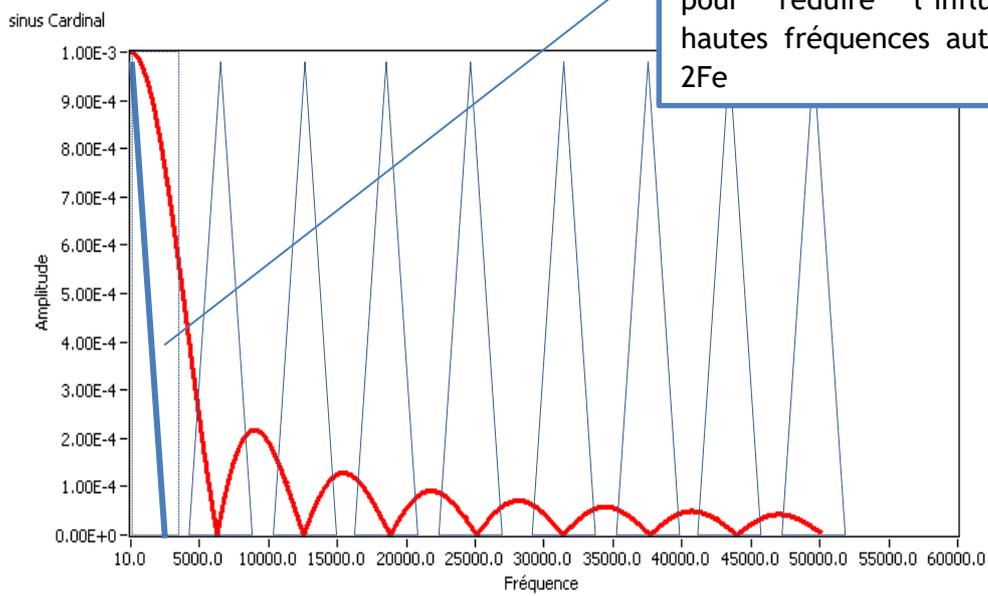
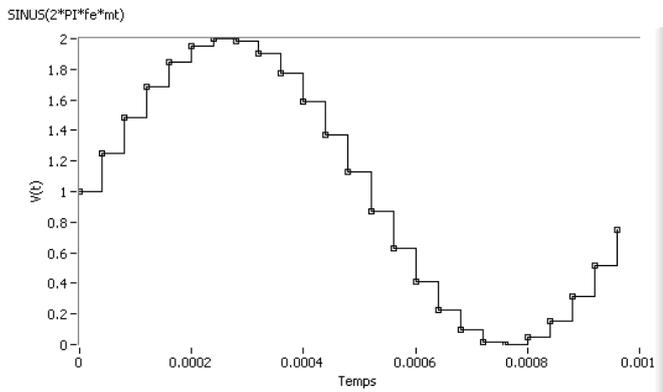
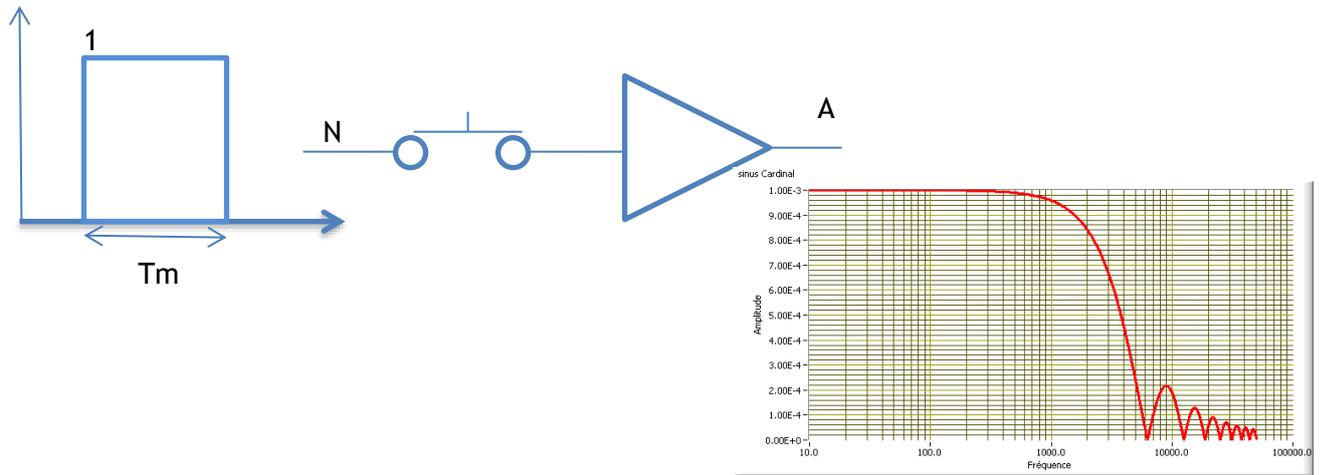
Figure 4 : modèle d'ADC réalisé avec MatLab

Pour reconstruire un signal à partir des nombres issus d'un traitement par ordinateur, le modèle mathématique du DAC est basé sur le maintien du nombre durant une période fixe, le temps de maintien ou temps de conversion numérique- analogique. C'est équivalent à une multiplication par un créneau. Donc en fréquence, cela donne un sinus cardinal. Le sinus cardinal ayant des composantes fréquentielles loin vers l'infini, il faudra filtrer le signal reconstitué pour améliorer la justesse du signal.

Considérant un DAC maintenant la valeur analogique pendant T_m seconde (fonction bloqueur d'ordre zero), on créera de la distorsion sur le signal reconstitué proportionnellement au temps de maintien.

$$M(f) = \frac{1}{T_m} \cdot \text{sinc}(\pi \cdot T_m \cdot f)$$

DAQ: du détecteur à la mesure



Il faudra donc compenser l'effet du sinus cardinal de façon numérique ou analogique par un composant appelé filtre de reconstruction.

Il existe des outils mathématiques pour modéliser le traitement à l'intérieur des calculateurs (transformée en Z) comme il est possible de le faire dans le domaine analogique (Transformée de Fourier). Mais cela dépasse le cadre de ce cours.

II.2.2 Analyse des données

Généralement, le nombre d'échantillonnage est limité sur une période de temps donnée. Cela amène à un effet sur le spectre des signaux discrets.

On a une TRONCATURE dû au domaine d'observation sur un horizon fini.

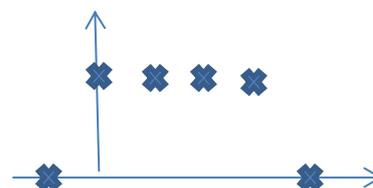
On calcule un nombre fini de fréquence en utilisant la Transformée de Fourier Discrète (TFD)

Ainsi le signal numérisé est limité par une fenêtre temporelle de durée N échantillon:

$$x_N[k] = x_\infty[k] \cdot w_T[k] \text{ avec } w_T \text{ la fonction de Derichlet :}$$

En fréquence, on obtient un produit de convolution :

$$X_N(\nu) = (X_\infty * W_N)(\nu) \text{ avec } W_N(\nu) = N \cdot \frac{\sin(\pi N\nu)}{N \cdot \sin(\pi\nu)} e^{-i2\pi\nu \frac{N-1}{2}}$$



Exemple pour un signal sinusoïdal :

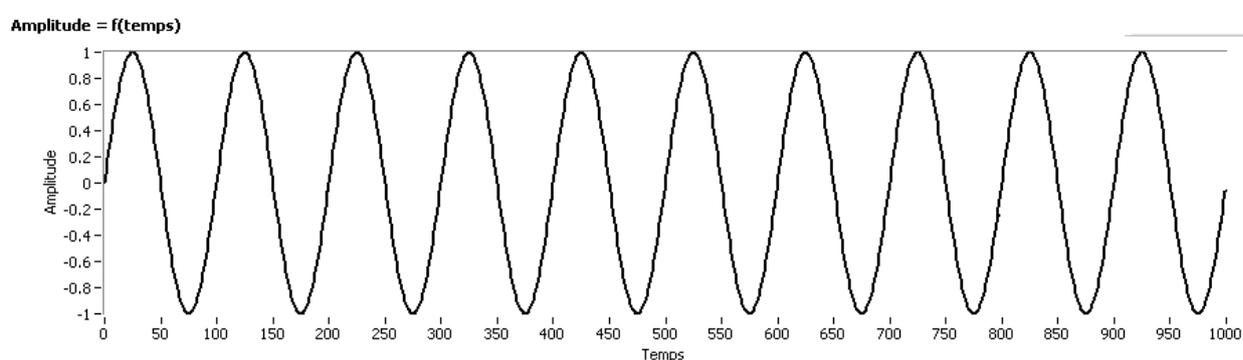


Figure 1 : sinus(wt)

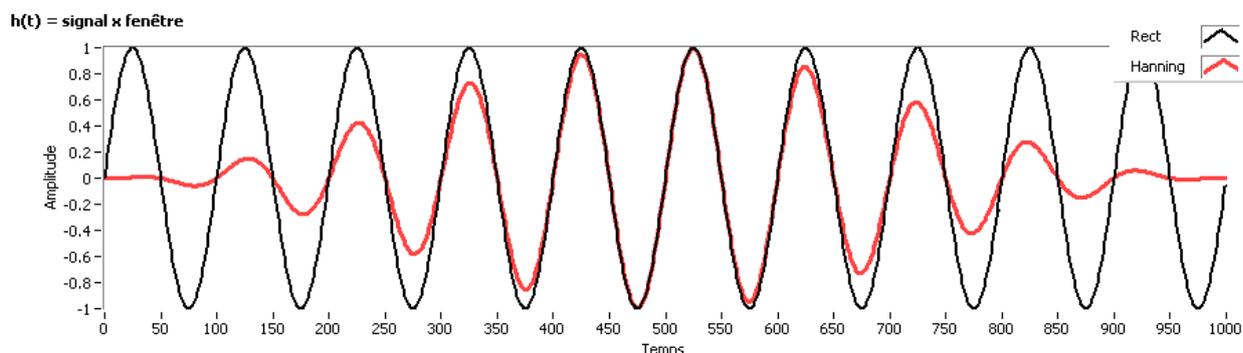


Figure 2 : sinus x Rect et sinus x Hann

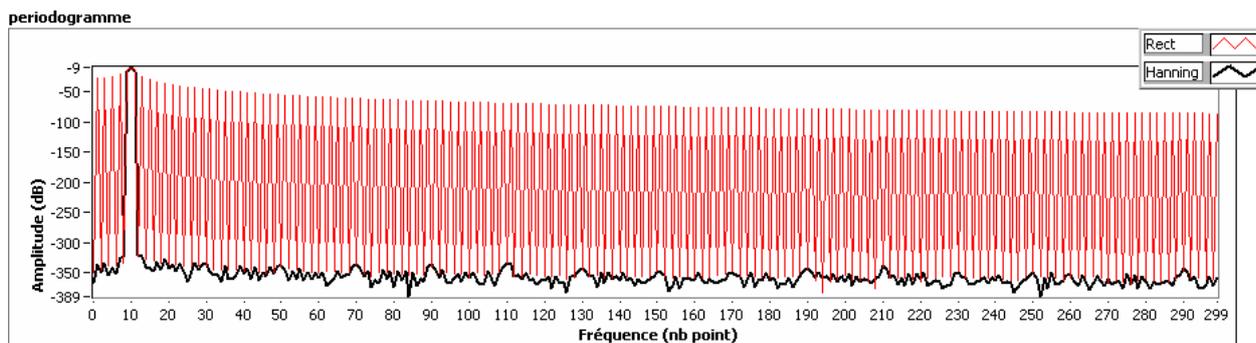


Figure 3 : Périodogramme pour la fenêtre Rect et la fenêtre de Hann

On obtient un spectre avec des lobes convolués sur le signal numérisé. On peut considérer le lobe central, appelé lobe principal, comme étant la réponse à maximiser pour connaître le spectre du signal numérisé et les lobes secondaires devant être minimisés pour tendre vers un spectre idéal. Les lobes secondaires ont pour effet de délocaliser l'information sur le signal. On a une sorte de flou du signal. La largeur du lobe principal crée un problème de résolution fréquentielle. Ainsi, Plus la fenêtre WT est dérivable (douce), plus $WT(f)$ tend vers 0 quand f tend vers l'infini rapidement. On réduit donc les lobes secondaires mais on réduit la fenêtre d'observation.

→Principe de Gabor : On ne peut être localisé en temps si on est localisé en fréquence :

$$\Delta t^2 \cdot \Delta f^2 \geq \frac{1}{16\pi^2}$$

On peut améliorer les choses en testant d'autres fenêtres que la fenêtre de Derichlet :

- Fenêtres trigonométriques (Hamming, Hann, Blackman-Harris)
- Chebychev
- Kaiser-Bessel
- Taylor
- Etc...

II.3.Les différents ADC

II.3.1 Les convertisseurs à intégration ou à rampe

Le principe est de comparer le temps d'intégration du signal à convertir avec un temps d'intégration d'un signal de référence. Deux familles existent : Les convertisseurs à simple rampe et les convertisseurs à double rampe. Les adc de ce type ont une excellente résolution (> 16 bits), une très bonne précision. Leur linéarité intégrale et différentielle est également excellente. Ces performances sont à mettre en perspective avec un temps d'échantillonnage extrêmement lent, de l'ordre de quelques ms à la seconde. Ils sont utilisés dans les systèmes instrumentaux de grande précision comme la télémétrie.

II.3.2 Les convertisseurs à approximations successives

Le principe est d'obtenir un à un chaque bit de codage en comparant le signal d'entrée avec une valeur de référence issu du résultat précédemment acquis. Ainsi la gamme totale disponible sera divisée en deux ensembles. Le signal à convertir se situera dans un des deux ensembles, ce qui déterminera le bit de poids fort. La gamme restante sera à nouveau divisée par deux et le signal sera à nouveau comparé pour déterminer la valeur du bit N-1...etc... D'où le nom

de codage à approximation successive. Ce sont des codeurs bons marché car facile à réaliser mais les performances de ce type de codeur sont moyenne avec une résolution de l'ordre de 8 à 16 bits avec un temps d'échantillonnage moyen entre $1\mu\text{s}$ et $100\mu\text{s}$. Ce type d'adc est utilisé dans les interfaces de microcontrôleur, les télécommunications (bande passante de la parole $< 20\text{KHz}$) et le traitement du signal.

II.3.3 Les convertisseurs “flash”

La gamme disponible définie par une tension de référence U_{ref} est divisée en 2^n parties égales par une chaîne de 2^n résistances. En comparant chaque tension issue des ponts diviseurs avec le signal à convertir, le résultat numérique apparaît immédiatement en sortie de la chaîne de comparateur. Un encodeur convertit ce résultat en nombre binaire sur N bits.

La résolution est faible car le circuit nécessite $2^n - 1$ comparateur et 2^n résistances de précision. Donc le circuit consomme beaucoup et il est volumineux. Cela en fait un composant cher. Par contre, il a une excellente précision, proportionnelle à la précision des résistances et à la qualité des comparateurs. Comme le temps de conversion se fait en une seule étape, le codeur est très rapide de quelques nanosecondes à quelques dizaine de microsecondes. Il est utilisé dans les domaines où la rapidité est crucial comme dans les domaines radar, le traitement de l'image, de la vidéo.

II.3.4 Les convertisseurs “pipeline”

Les convertisseurs “pipeline” sont un compromis entre le temps d'échantillonnage, la précision et le coût du composant. Basé sur le même principe que l'adc à approximation successive, l'idée est d'utiliser n étages en cascade, chaque étage est un adc à approximation successive. Le résultat d'un étage est donné à l'étage suivant tandis que le premier étage reçoit l'échantillon suivant. D'où le nom de convertisseur « pipeline ». Il est très rapide puisqu'il délivre le signal à la fréquence d'échantillonnage après un délai correspondant au nombre d'étage en cascade. Ce sont des adcs très utilisés en acquisition de signaux rapides parallèles. (Traitement de l'image, caméra, signaux furtifs et rapides).

II.3.5 Les convertisseurs “sub branching” ou semi-flash

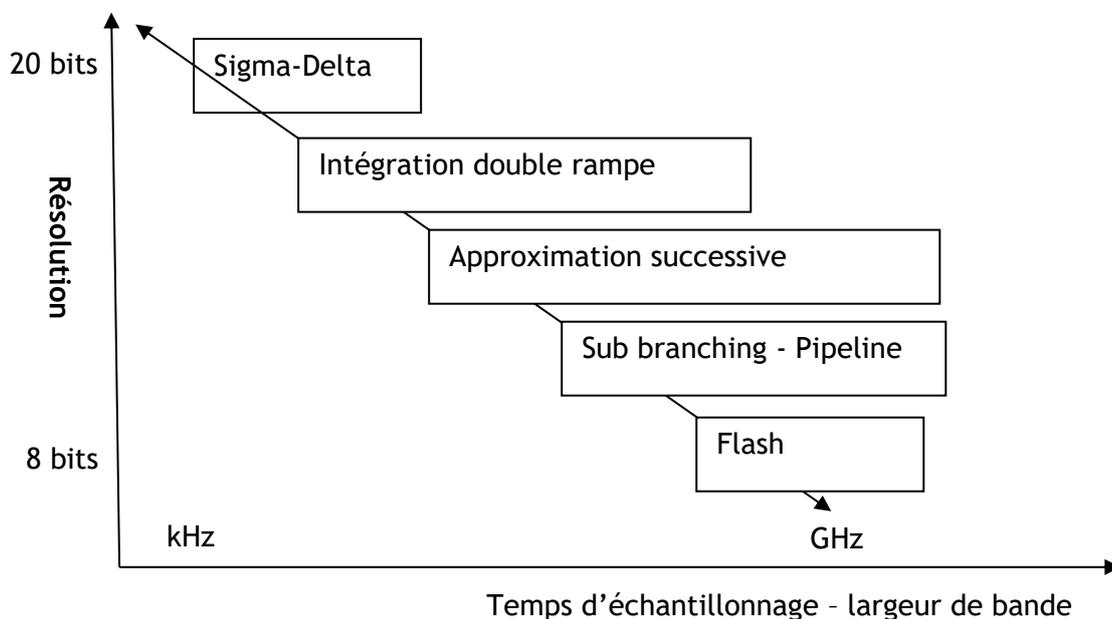
Ce convertisseur utilise deux étages de $n/2$ bits de convertisseurs flash permettant le codage en deux étapes mais permet surtout de diminuer le nombre de composants proportionnellement aux nombres de bits. Un adc flash classique 8 bits utilise 256 niveaux de référence. Un semi-flash va utiliser deux étages flash de 4 bits soit 16 niveaux par étages donc 32 niveaux au lieu de 256. En changeant légèrement son architecture en ajoutant un « sample and hold » en début de second étage, il peut fonctionner en pipeline. C'est un ADC qui permet un compromis entre rapidité/prix/surface.

II.3.6 Les convertisseurs sigma-delta

C'est un composant fonctionnant en suréchantillonnage et utilisant un filtrage très élaboré permettant une linéarité différentielle et intégrale très faible. Il est utilisé lorsque la linéarité est cruciale comme pour la spectroscopie. Il rejette également le bruit de quantification aux plus hautes fréquences. La conséquence est une très grande résolution possible. Par contre, il est plutôt lent en termes de temps d'échantillonnage.

II.3.7 Résumé

Nous pouvons classer les différentes technologies adc selon leur résolution et leur largeur de bande (=définition leur temps d'échantillonnage).



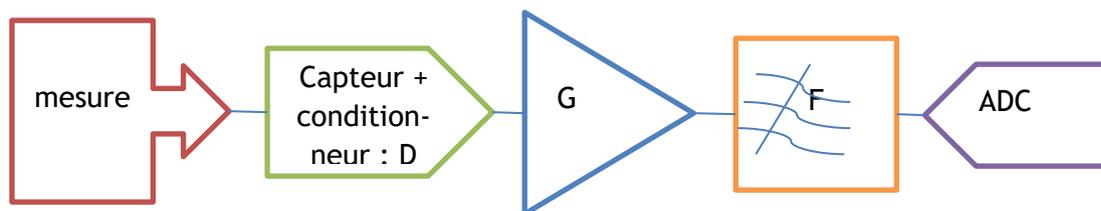
III. Dimensionnement d'une chaîne DAQ

Le chapitre est consacré aux calculs à réaliser pour spécifier le système d'acquisition selon les besoins clients. Il faut déterminer la dynamique de la mesure, la précision de la mesure et la résolution à obtenir pour l'application.

Les données de départ sont les types de mesures et leur utilisation. A partir de là, nous pouvons dimensionner la chaîne analogique en terme de gain, de rapport signal à bruit et d'échelle de mesure. Cela permet ensuite de spécifier le nombre de bits de l'ADC (ou résolution), le type de convertisseur à utiliser et la fréquence d'échantillonnage.

Il nous reste ensuite à évaluer le temps mort du système, ou la perte de données possible selon les hypothèses de travail choisies.

Pour le calcul, considérons une chaîne d'acquisition de la mesure m. Elle est constituée d'un capteur associé à un conditionneur, d'un amplificateur et d'un filtrage avant d'être numérisé par l'ADC.



III.1. Dimensionnement et résolution

Pour atteindre la tension de la pleine échelle de l'ADC et avoir la résolution la meilleure, il faut que :

$$V_{PE} = m \cdot D \cdot G \cdot F$$

Souvent le gain du capteur est défini par la technologie du composant et est fixe. Le gain du filtre anti-repliement est prévu pour être 1. [Bien que dans le cas réel, il soit légèrement différent de 1 à cause des imperfections des composants]. Donc cela permet de définir le gain utile par rapport à la mesure maximum à acquérir :

$$G = \frac{V_{PE}}{m_{max} \cdot D \cdot F}$$

La valeur après numérisation est donc égale à :

$$M = \text{arrondie} \left[\frac{m \cdot G \cdot F}{q} \right]; q \text{ est le pas de quantification de l'ADC.}$$

Le pas de quantification définit le LSB et donc la résolution à atteindre sera :

$$\delta m = \frac{q}{D \cdot G \cdot F} \text{ ou } \delta m = \frac{m_{max}}{2^N}$$

Exemple : Un détecteur composé d'une diode silicium PN permet de mesurer l'énergie déposée par des particules ionisantes comme les électrons, les alphas, les photons après conversion. Il faut 3.6 eV pour créer une paire électron/trous libre dans la bande de conduction du Silicium. Dimensionner une voie d'acquisition pour mesurer une énergie d'électron maximum de 10 MeV en utilisant un ADC 10 bits de pleine échelle 2 volt. [le gain de filtre analogique est pris égale à 1]

1. Calcul de la dynamique de la chaîne de mesure :

Conversion $D=1/3.6eV$;

Nombre de paires créés au maximum : $\frac{10MeV}{3.6eV} = 2.777 \cdot 10^6 e/h$

Charge totale : $Q = m \cdot D = 2.777 \cdot 10^6 \frac{e}{h} \times 1.6 \cdot 10^{-19} = 444.3 fC$

2. Calcul du gain de la chaîne analogique :

$$V_{PE} = m \cdot D \cdot G \cdot F \rightarrow G \cdot F = \frac{V_{PE}}{m \cdot D} = \frac{2}{444.3} = 4.501 \cdot 10^{12} = \mathbf{4.501 mV/fC}$$

3. Calcul de la capacité de charge :

On désire donc mesurer une charge déposée dans le détecteur et lui faire correspondre une tension. Quel composant est susceptible de remplir cette fonction ?

Une capacité de valeur $C = Q/V = 222 fF \sim 220fF$

4. Calcul de la résolution en eV :

La valeur du LSB est : $q = \frac{2}{2^{12}} = 0.4883 \text{ mV}$

$$\delta m = \frac{q}{D.G.F} = \frac{0.4889 \text{ mV} \times 3.6 \text{ eV}}{4.501 \text{ mV/fC}} = 2.44 \text{ keV}$$

$$\delta m = \frac{m_{max}}{2^N} = \frac{10 \text{ MeV}}{2^{12}} = 2.44 \text{ keV}$$

Calculer le bruit de quantification de l'ADC et comparer par rapport à la résolution voulue. Calculer le nombre de bit effectifs si la voie de mesure à un bruit rms de 1mV. Que dire sur le choix de l'ADC ?

1. Bruit de quantification de l'ADC : $\frac{q}{\sqrt{12}} = \frac{0.4889 \text{ mV}}{3.464} = 0.1411 \text{ mV}$

On constate qu'un ADC de 12 bit et 2 Volt pleine echelle permettra d'atteindre la bonne résolution pour notre application si le bruit de la chaîne est inférieur à un LSB. Le nombre de bit effectifs est donc de 13.5 bits.

2. Comme le bruit de la chaîne est de 2mV rms, le SNR est donc de :

$$20. \text{Log} \left(\frac{2}{0.002} \right) = 60 \text{ dB}$$

$$N_{eff} = \frac{SNR - 1.76 \text{ dB}}{6.02} = 9.674$$

Nous aurions pu économiser sur le prix de l'ADC en prenant un ADC 10 bits puisque nous n'atteindrons une résolution que de presque 10 bits à cause du bruit de la chaîne. Si nous désirons conserver la résolution de 12 bits, il faudra travailler sur la chaîne pour diminuer le bruit d'un facteur 4. (Ce qui n'est pas gagné !!!)

III.2. Débit de données

Il faut pouvoir estimer la quantité de données à transmettre et établir le temps moyen d'envoi des données du hardware dans la mémoire (disque dur, ram, base de données). Quand une seule voie est impliquée, et que la mesure est continue, cela est facile. Par contre, pour des systèmes multivoies avec une mesure discrète et aléatoire, on ne peut faire qu'une estimation en considérant des scénarios d'acquisition réel.

Imaginons la mesure de température par une voie d'acquisition. L'adc est de type pipeline et échantillonne à 10kHz sur 12 bits. Le débit de données sera donc de 12 bits toute les 100 μs, soit 120kbit/s. La liaison ADC vers la mémoire d'un PC devra donc soutenir ce taux. Facile à l'heure actuelle.

Maintenant, le système comporte N voies identiques. A un moment donné, il va falloir rassembler les données sur une même machine pour exploiter l'information recueillie. Cela signifie que le débit de données est donc de Nx(120kbit/s). Cela peut devenir un problème si N est grand. Il va falloir multiplexer l'information pour diminuer le nombre de lien vers la machine centrale. Il va donc falloir choisir le type de transmission suivant le débit total du système.

Par exemple, si on utilise un lien TCP/IP 100Mbit/s standard, on sait que le rendement est de l'ordre de 50%. C'est-à-dire que la quantité de données transmises réellement ne sera que de 50Mbit/s. Donc, on transmettra l'information de 416 voies si le temps de sérialisation est négligeable.

Dans le cas d'une acquisition de mesure aléatoire (distribution statistique de l'information) avec plusieurs canaux, il faut tenir compte de l'ensemble des temps d'opération (fréquence moyenne, temps d'échantillonnage, temps de conversion, multiplexage, mémorisation et transmission). Il faut donc calculer le temps mort du système pour définir quel taux d'acquisition est accessible pour l'appareil.

III.3. Temps mort

La durée d'acquisition et le temps mort sont intimement liés à l'architecture du système de mesures. Dans le cas d'une grandeur à mesurer continue comme la température (loi déterministe), le temps d'acquisition est défini par la durée de traversée des composants électroniques et logiciels. Au contraire dans le cas d'une grandeur à mesurer subissant une loi statistique d'arrivée des événements (radioactivité, file d'attente...), le temps mort est défini par la durée d'acquisition et le taux d'acquisition de la grandeur à mesurer. Dans la plupart des cas, la loi de Poisson définit la venue des événements dans le système. La durée d'acquisition est donc le temps de traitement de l'évènement (la mesure). Le temps mort est ce temps ramené en pourcentage de la fréquence moyenne d'entrée. Tout évènement arrivant pendant le temps d'occupation du système est donc perdu. Alors, un grand temps mort implique une grande inefficacité du système.

Pour réduire cette inefficacité, on peut imaginer un système sélectionnant les bons évènements des mauvais, plus ou moins sophistiqué. Une telle solution est nommée système de déclenchement (trigger function). Il peut y avoir plusieurs niveaux de sélection. Un système plus prêt du détecteur (hardware) est forcément un système trivial comme un discriminateur. Il se nomme trigger de niveau 0. Puis en s'éloignant du détecteur vers la partie logicielle, on nommera trigger de niveau 1,2, 3 etc... Dans es systèmes complexes, on peut avoir jusqu'à 4 niveau de sélection, le dernier niveau étant purement logiciel.

Pour évaluer le temps mort d'un système, on peut considérer deux catégories de comportements :

A/ temps mort cumulatif défini par :

$$R = \lambda e^{-\lambda\tau}$$

Avec λ fréquence moyenne d'arrivée des évènements

τ temps mort du système

R : pourcentage d'inefficacité

B/ temps mort non cumulatif défini par :

$$R = \frac{\lambda}{1 + \lambda\tau}$$

III.4. Conclusion

Pour spécifier une chaîne de mesure, il faut bien connaître les composants utilisés et quelques lois pour être sûr que le système répondra aux besoins.

IV. Transmission des données

Parce que les données sont importantes, leur transmission est une étape précieuse du système d'acquisition. Il existe de nombreuses technologies devenues des standards (dans le sens de norme) qui permettent de construire la transmission des données de façon fiable selon les entrées et les sorties spécifiques à l'application.

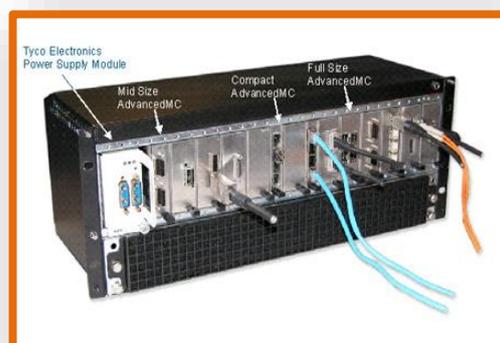
Nous avons donc les transmissions composants à composants. Cette transmission est là pour contrôler et configurer une carte. Puis, nous propageons la transmission de cartes à cartes par des bus plus ou moins complexe comme le PCI, le VME...Il ne nous reste plus qu'à connecter notre système à un réseau de PC.

IV.1. Composants à composants

Ce sont des bus qui permettent à des périphériques de communiquer entre eux via une carte mère (carte contenant un CPU ou un séquenceur). Il y a les bus parallèles plutôt utilisés en internes des cartes d'acquisition à μ processeurs (type ordinateur) comme le SCSI, l'AGP, l'IDE qui sont des standards dans le monde informatique. Il existe également des bus pour que les cartes communiquent entre composants non rattachés à la carte mère (en dehors des périphériques [disque dur, lecteurs...]). Ce sont les bus externes liés à des ports comme le rs232, l'USB, le FireWire, l'I2C, le CAN bus (Automobile), le SPI (cf Travaux pratiques).

IV.2. Cartes à Cartes

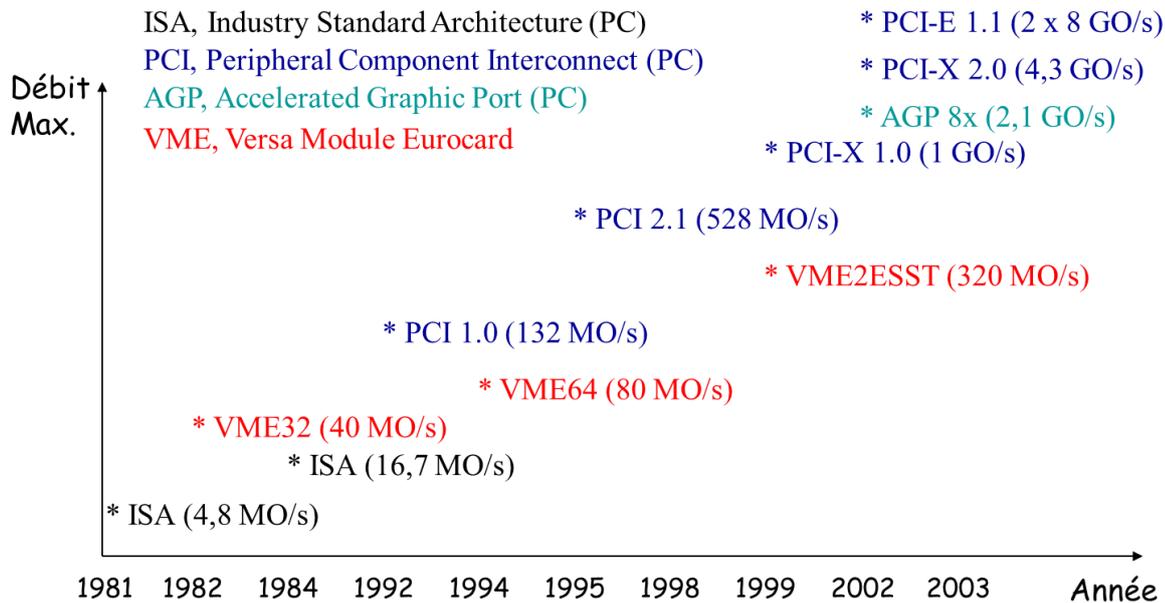
Dans un système d'acquisition multicanaux, on est amené à concentrer les données sur plusieurs cartes pour répondre aux spécifications du système. Ces cartes doivent être synchronisées pour ordonnancer les données issues de l'acquisition. C'est typiquement le besoin des centrales de communications qui doivent router des milliers de données sans en perdre. Pour cela, des standards ont émergés. Ce sont des bus fond de panier qui permettent de connecter des cartes entre elles. Il existe plusieurs bus « rackable » ; mise en châssis comme le VME, VXI, PXI, PCI. Ce sont des bus



communs à un ensemble de cartes, synchroniser par une horloge commune et contrôler par un maître.

Actuellement, de nouveaux standards ont vu le jour pour paralléliser la communication inter cartes et router de façon versatile les données de cartes à cartes. Ils sont utilisés dans les communications modernes (routeur...). Ce sont les ATCA, MTCA, VXS.

Évolution des Bus d'acquisition de données



V. Les logiciels d'acquisition

V.1. Les architectures logicielles

Avec l'avènement du Web, les architectures logicielles ont évoluées vers la virtualisation des services. Cela signifie que le PC sur lequel tourne l'application utilise des fonctions, des ressources se trouvant sur une machine quelque part ailleurs ; cet ailleurs étant inconnu à l'utilisateur. Par contre, le logiciel fournit les services utiles à l'utilisateur. Cela repose sur des architectures client/serveur. Le logiciel client fait des requêtes aux serveurs qui fournissent le service.

On appelle architecture n-tiers le fait que l'application client utilise n types de fonctions. L'architecture 3-tiers est la plus utilisée dans les logiciels Web 2.0.

- Une fonction « DataAccess » fournit les services lié aux bases de données.
- Une fonction de traitement, élabore le service et renvoie un résultat.
- Une fonction de présentation traite le résultat pour qu'il soit présentable à l'utilisateur sous forme graphique, page Web, fichiers sauvegardés.

De la même manière, les systèmes d'acquisition logicielle sont basés sur ce type d'architecture ou les fonctions logicielles sont séparées en service :

Un service de configuration du système permet de sauvegarder, d'éditer, de créer des paramétrages pour préparer l'acquisition de données.

Un service d'acquisition permet de router, de traiter l'évènement acquis, de l'encapsuler pour préparer son traitement.

Un service de traitement algorithmique de l'évènement pour construire le rapport de résultats.

Un service de sauvegarde par base de données pour conserver les événements acquis pour post-traitement.

V.2. Le système d'information complexe

Si on imagine le système informatique idéal pour contrôler un système d'acquisition complexe comme pour l'instrumentation nucléaire, il faut considérer la spécificité résidant dans la grande quantité d'information à gérer, à stocker, à traiter. De plus, les instruments réalisant le système sont souvent hétéroclites et possèdent des protocoles de communication hétérogènes (TCP/IP, UDP/IP, RS232, RS486, USB, SPI, bus de terrain....) que le logiciel DAQ doit pouvoir gérer.

Un système informatique parfait possède quatre principales fonctionnalités et deux modes de fonctionnement le long de son cycle de vie :

- Le stockage de données de configuration et des données de mesures
- La gestion de la configuration avec édition, contrôle et gestion des alarmes
- Le séquençement des opérations de contrôle & Commande
- Le prétraitement des données pour monitoring du système, pour la validation des données à sauver, la calibration des différents instruments (précision et erreur de mesure), la reconstruction de l'évènement, somme des grandeurs à acquérir.

V.2.1 Le stockage des données

Le principe est de connaître pour chaque prise de données quels étaient les paramètres sélectionnés, conserver les données de mesure dans un format suffisamment intelligent pour que le logiciel puisse les traiter facilement (Frame, technologie Object), compresser les fichiers sauvegarder pour un gain de place et donc assurer une décompression rapide pour post-traitement.

V.2.1.1. Les données de configuration

Dans les instruments modernes, la quantité de paramètres contrôlant la machine peut atteindre plusieurs milliers. Ces paramètres se répartissent en deux catégories :

- Les paramètres de configuration hardware
 - GAIN DE LA CHAÎNE DE MESURE
 - SEUIL DE DECLenchement
- Les paramètres de gestion du logiciel :
 - ACTIVATION DES FONCTIONS HARDWARE
 - NOM DE FICHIERS
 - NUMEROS DE RUNs

Chaque paramètre doit pouvoir être ajusté par l'utilisateur. Il faut donc créer une interface utilisateur facile à appréhender. (IHM ou GUI).

Deux types de stockages sont à considérer pour les configurations. Un stockage sous forme de fichier (.xml ; txt ; csv ;) et de base de données relationnelles. La première sert aux tests du système et à la validation des intervalles de valeurs correctes. La seconde sert pour l'acquisition finale (MySQL, PostgreSQL, Oracle et autres SGBD).

L'organisation de ces données doit être faite par références sous forme de clef pour une gestion optimale des différentes configurations et non comme souvent sous forme de listes non hiérarchiques qui sont souvent à l'origine de bug informatique.

Ainsi, si le système comporte 1000 objets (CI) ayant chacun une trentaine de paramètres, il faut construire un système ou l'utilisateur n'a pas à rentrer les 30000 paramètres. C'est là que les architectures 3-tiers, les technologies Web peuvent apporter des solutions innovantes....

V.2.1.2. Les données de grandeurs physiques

Issus de l'acquisition, elles contiennent les informations brutes des mesures issus des détecteurs et souvent un étiquetage en temps. Leur stockage se fait sous forme binaire pour minimiser la taille des fichiers. Sous cette forme, le traitement n'est pas aisé et donc on doit déployer des algorithmes type analyse lexicale pour les traiter.

Une autre façon de stocker les données est de le faire sous forme d'objet, puis les compresser comme la technologie « persistance de classes » le permet. Il faut donc également un framework (bibliothèque) permettant de relire ce type de fichiers. La bibliothèque de traitement de données scientifiques ROOT possède un tel élément de stockage (roottree). L'inconvénient est que les données ne peuvent être lues que par le framework. Cette solution, bien qu'optimale, nécessite une formation des utilisateurs, et une spécialisation de personnes.

V.2.1.3. Les bases de données relationnelles

Elles doivent être considérées comme un rôle central de l'architecture logicielle du système d'acquisition car elles permettent de sauvegarder tous types d'informations en grande quantité et conserver un historique des données. Elles sont accessibles par réseau (client/serveur) et permettent le contrôle d'accès des utilisateurs aux données. Cela nécessite de construire des tables respectant les règles de formalisme. Le but du formalisme des tables des bases de données relationnelles est d'éviter la duplication de l'information.

V.2.2 Simulation de la chaîne de détection

Pour calculer les constantes de filtrages, les gains, le taux d'acquisition d'un système d'acquisition, un des moyens est la simulation fonctionnelle du système à réaliser. Pour cela, on établit 3 phases :

- Elaboration des stimuli (générateurs aléatoire, monté-Carlo)
- Modélisation de l'acquisition
- Analyse des résultats

Cela permet d'avoir des points de fonctionnements et d'avoir une vision des performances atteignables du système avant de le construire. Il existe divers outils permettant l'établissement de ce modèle de simulation :

- Geant 4 et langage informatique (C++, Java...)
- Root
- Bibliothèques mathématiques (Numerical Recipe)
- Matlab et simulink
- Labview
- SciLab

VI. Annexe 1: La compatibilité électromagnétique

La compatibilité électromagnétique est l'étude des sources et des victimes des champs électriques et magnétiques créés par tous les systèmes électroniques. Il faut donc avoir une connaissance des lois de l'électromagnétisme, de quelques règles simples, souvent de bon sens mais pas forcément intuitifs.

Les modes d'actions des perturbations électromagnétiques sur les systèmes sensibles sont nommés couplages électromagnétiques. Ils sont au nombre de six :

- Effet du courant circulant dans un conducteur
- Effet d'une différence de potentiel (ddp) variable entre un conducteur et la masse la plus proche
- Effet d'un courant variable dans un conducteur filaire sur un autre conducteur filaire, parallèle et voisin.
- Effet d'une ddp variable entre un conducteur filaire sur un autre conducteur filaire, parallèle et voisin.
- Effet d'un champ électrique variable sur un conducteur.
- Effet d'un champ magnétique variable dans une boucle.

On peut noter qu'il y a uniquement deux modes de propagation dans les conducteurs filaires : la mode différentiel et le mode commun.

VI.1. Couplage 1: circulation dans un conducteur d'un courant.

Un conducteur électrique n'a pas une impédance nulle. Tout courant circulant dans un conducteur engendre une ddp parasite. C'est le couplage par impédance commune.

$$\Delta U = Z \cdot \Delta I$$

Solution de réduction:

- ✓ Réduire Z impédance commune
- ✓ Réduire ΔI courant parasite

VI.2. Couplage 2: ddp entre conducteur et masse

La capacité entre deux conducteurs proches n'est jamais nulle. Une variation de potentiel engendre un courant de l'un vers l'autre. C'est souvent le couplage capacitif entre carte et châssis.

$$\Delta I = C \frac{\Delta V}{\Delta T}$$

Solution de réduction :

- ✓ Réduire C capacité parasite
- ✓ Diminuer la variation de tension entre carte(s) et châssis
→ Relier toutes les cartes aux châssis et au potentiels de référence 0V résout le problème.

VI.3. Couplage 3: courant variable dans un conducteur

Le courant variable dans un conducteur crée autour du fil un champ magnétique. Ce champ crée une force contre-électromotrice créant une ddp dans un conducteur voisin.

$$\Delta U = M \frac{\Delta I}{\Delta T}$$

Solution de réduction :

- ✓ Réduire M, mutuelle inductance entre conducteur voisin
- ✓ Diminuer les variations rapides de courant dans le circuit perturbateur

VI.4. Couplage 4: ddp variable entre conducteur

Une différence de potentiel entre un conducteur et son voisin ou son environnement crée un champ électrique. Un champ électrique variable crée un courant induit dans les conducteurs proches. C'est le couplage par diaphonie capacitive.

$$\Delta I = C \frac{\Delta U}{\Delta T}, \Delta U \text{ ddp globale et } C \text{ capacité entre source et victime}$$

Solution de réduction :

- ✓ Réduire C la capacité entre source et victime
- ✓ Diminuer les variations rapides $\frac{\Delta U}{\Delta T}$ des ddp du circuit coupable.

VI.5. Couplage 5: effet du champ électrique sur un conducteur

Un champ électrique illuminant un conducteur s'y réfléchit comme la lumière sur un miroir s'il est variable. Il crée alors un courant déplacé dans le conducteur éclairé. C'est un couplage champ à fil ou champ à câble. ΔI est proportionnel à ΔE .

Solution de réduction :

- ✓ Réduire l'effet d'antenne du câble victime (blindage).
- ✓ Réduire le champ électrique coupable.

VI.6. Couplage 6: effet du champ magnétique dans une boucle

Un champ magnétique (variation de courant) dans une boucle crée un flux magnétique variable. Ce flux induit une force contre-électromotrice s'il change au cours du temps. Cela engendre une d.d.p contre-électromotrice : ΔV est proportionnel à ΔH .

Solution de réduction :

- ✓ Réduire la surface de la boucle.
- ✓ Réduire le champ magnétique coupable.

VI.7. Mode de couplage

Les signaux ne se propagent dans les câbles et les pistes de deux façons. En mode différentiel, ils ne perturbent que très peu les conducteurs voisins car leur nuisance se soustrait d'un conducteur aller sur le conducteur retour. C'est la mode commun qui est la cause essentielle des couplages perturbants les systèmes.

Il faut donc essentiellement traiter les modes communs parmi les six couplages ci-dessus. Il faut donc considérer la masse comme une poubelle qui recevra l'ensemble des courants de mode commun. Dans un système isolé, un seul câble « sale », contenant un mode commun parasite, contaminera le reste du système qui deviendra « sale » à son tour.

Au-delà de 1MHz, le mode commun représente le principal problème de CEM, le mode différentiel étant plutôt localement présent. Pour réduire les modes communs, trois aspects doivent être considérées :

- a) Les effets réducteurs : le maillage des masses, les câbles blindés
- b) Les filtres référencés à la masse mécanique de chaque équipement
- c) Les ferrites sur les câbles à problèmes

Pour éviter la conversion d'un mode commun en mode différentiel, qui perturbera localement le système, il faut construire le système de façon symétrique :

1. Impédance de charge identique sur les voies différentielles pour balancer et égaliser les signaux.
2. Une longueur identique sur les câbles aller et retour.

VII. Annexe 2: Probabilités et Statistiques

Cette partie représente un résumé des connaissances à avoir pour appliquer l'analyse statistique aux données expérimentales.

Avec la théorie classique de la gravité de Newton, les équations de l'électromagnétisme, la compréhension fine de la psychologie du vivant, nous pouvons modéliser n'importe quel système complexe physique, biologique ou ethnologique... L'inconvénient d'une telle approche est le temps à consacrer à l'élaboration de ce modèle, la déduction de l'ensemble des facteurs (= paramètres) contrôlant ou influençant le système d'étude.

De plus, pour prévoir le devenir du système, la simulation du modèle nécessite une puissance de calcul gigantesque et une durée d'exécution trop importante (une génération ne suffirait sans doute pas).

Dans l'étude des systèmes complexes, nous nous intéressons bien souvent à un nombre de paramètres réduits (utiles) pour les questions de notre intérêt. Par exemple, des facteurs d'intérêt peuvent être l'âge de la population X, la taille des poissons, la proportion de mâle et de femelles dans une espèce donnée, l'énergie déposé par un rayonnement dans de la matière.

La méthode d'étude adéquate est donc l'analyse statistique, reposant sur la probabilité d'occurrence de quelques paramètres et permettant d'établir un comportement moyen sur le long terme.

Par exemple, pour prévoir le résultat d'un lancer de dé en créant un modèle mathématique exacte, il faudrait établir la position du dé dans la main, la force du lancer, les conditions environnementales. Nous pouvons constater qu'une telle démarche sera longue, fastidieuse et nécessitera une énergie colossale pour arriver à un résultat médiocre. Par contre, en étudiant la probabilité d'occurrence de chaque résultat, on peut établir les chances d'avoir le résultat escompté. En réalisant un plan d'expérience exhaustif, ou un grand nombre de lancer, nous pourrions établir la valeur moyenne d'occurrence de chaque face. (Dans notre cas, la probabilité de chaque face du dé est équiprobable avec 1/6).

Ainsi, la première étape est d'effectuer une expérience, des mesures pour avoir une collection de données relative au paramètre à étudier. Le but est d'établir un modèle statistique permettant de déterminer le comportement moyen du paramètre avec une bonne confiance.

VII.1. Etude des données

La première étape est de définir les données soit en terme qualitatifs (couleur des yeux) ou quantitatifs (la longueur de cheveux). Les paramètres qualitatifs prennent des valeurs discrètes et en nombre limités. Les paramètres quantitatifs représentent les valeurs numériques infinies. On établira par expérience la fréquence d'occurrence pour le paramètre utile.

On peut donc définir la statistique comme la mesure de la probabilité que le paramètre étudié ait une valeur donnée (la moyenne). On peut donc avoir une approche probabilistique en utilisant les méthodes de dénombrement lié à la définition de la probabilité.

$$\text{Prob}(A) = \frac{\text{cas d'avoir } A}{\text{nbre de cas possible}}$$

VII.1.1 Les 3 cas du dénombrement :

Ce sont les formules qui établissent les probabilités calculées d'un paramètre.

1. Arrangement :

On cherche le nombre d'arrangement de n éléments pris parmi m. La position dans les arrangements est important.

$$A_m^n = m \times (m - 1) \times (m - 2) \dots \times (m - n + 1)$$

Ex : 12 équipes de rugby participent à un tournoi. Combien de podium (3 places) différent existe-t-il ?

$$A_{12}^3 = 12 \times (11) \times (10) = 1320$$

2. Permutation :

On cherche à ordonner n éléments de façon différentes (la position a de l'importance) . C'est l'utilisation de la fonction factorielle n !

$$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \dots \times 1$$

Si on a 14 cartes en main, on a 14 ! permutations possibles.

3. Combinaison :

On cherche le nombre d'arrangement différent (la position n'a pas d'influence) de n éléments parmi m.

$$C_{m,n} = \frac{m!}{(m - n)! n!}$$

On a 8 cartes parmi 32. On a donc $C_{32,8} = \frac{32!}{(24!)8!} = 10518300$ combinaisons possibles.

VII.1.2 Analyse des données

Nous supposons que l'on a une collection de N données mesurées de façon indépendante d'un paramètre θ :

$x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_N$

Deux propriétés de base pour débiter l'analyse des données sont :

La somme :

$$\sum = \sum_{i=1}^N x_i$$

La moyenne expérimentale :

$$\hat{x}_e = \frac{\sum}{N}$$

Nous définirons alors la fonction de distribution de la fréquence $F(x)$ qui est en fin de compte la probabilité expérimentale :

$$F(x) = \frac{\text{nombre d'occurrence de } x}{\text{nombre de mesure de } N}$$

$$\sum_{x=0}^{N=\infty} F(x) = 1$$

Si l'ordre de la mesure (la place) dans la collection n'a pas d'importance, la fonction de distribution de la fréquence contient toutes les informations de l'ensemble à étudier.

Le graphe représentant la fonction de distribution en fonction de x représente la fonction de répartition des données (distribution) :

(exemple de distribution : tableau + graphique)

La moyenne expérimentale est le premier moment de la distribution (moment d'ordre 1) :

$$\bar{x}_e = \sum_{x=0}^{\infty} x \cdot F(x)$$

La distribution peut être plus ou moins large, donnant le degré de confiance dans la valeur réelle (moyenne) du paramètre mesuré. Il est intéressant de définir un paramètre caractérisant la largeur de la distribution, me-

surant ainsi la précision des mesures de la collection de données. Ce paramètre est appelé la variance : Elle est définie comme la moyenne des résidus issus du calcul de la différence par rapport à la moyenne vrai.

$$\varepsilon_i = x_i - \bar{x}_e$$

La variance

$$S^2 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

La variance expérimentale utilise la moyenne expérimentale

$$S_e^2 = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}_e)^2$$

En utilisant directement le graphe de la distribution, nous calculerons la variance comme étant :

$$\bar{S}^2 = \sum_{x=0}^{\infty} (x_i - \bar{x})^2 \cdot F(x) = \bar{x}^2 - (\bar{x}^2)$$

L'écart-type est défini comme étant la racine carrée de la variance (unité plus accessible)

Nous pouvons conclure sur la caractérisation des données en se posant deux questions :

-est-ce que la moyenne et/ou la variance trouvée expérimentalement sont proche de la moyenne et/ou de la variance vrai ? Puis-je avoir confiance dans ces valeurs ? Pour répondre à ces questions, nous utiliserons les techniques de test statistique (Ki², test H, test T etc...)

-Peut-on modéliser mathématiquement les distributions pour établir les expressions vraies caractérisant le comportement statistique du paramètre ? Peut-on prévoir ainsi ce comportement et avoir confiance dans ce modèle de comportement ?

Pour continuer à caractériser les distributions des données, nous pouvons généraliser le moment d'ordre 1 à ceux d'ordre N. Cela permet de contrôler le type de modèle statistique collant le mieux à la collection de données.

Etablir le tableau des moments d'ordre N

VII.1.3 Les tableaux de traitements

Pour débiter une analyse de collection de mesures, nous pouvons établir un tableau contenant les informations suivantes :

- Intervalles de mesures (abscisses des distributions)
- Effectifs (=fréquence) en ordonnées
- Intervalles x effectifs (=intégrale)
- Différences avec la valeur médiane
- Effectifs x différence par rapport à la médiane

Définition: La médiane est la valeur d'intervalle pour une valeur de l'ordonnée de la courbe cumulative soit égale à ½.

Intervalle	Effectifs (count)	$x_i - x_0$	$N_i \cdot x_i$	$N_i \cdot (x_i - x_0)$	X_0 : médiane
------------	----------------------	-------------	-----------------	-------------------------	-----------------

					ou moyenne
Somme Σ					

Exemple de tableaux

VII.1.4 Les Modèles statistiques de distributions

VII.1.4.1. Distributions théoriques discrètes

La loi binomial

C'est la loi statistique (=probabilité) discrètes des tirages non exhaustifs (avec remise) dans une urne à 2 catégories.

- Catégorie A : $p = \frac{N_1}{N}$ N1 nombre de catégorie A
- Catégorie B : $q = \frac{N_2}{N}$ N2 nombre de catégorie B
- $N_1 + N_2 = N$
- $p + q = 1$

Si on a n tirage, n1 tirage de cat A et n2 de cat B, la probabilité est : $p^{N_1} \cdot q^{N_2}$ avec $N_1 + N_2 = N$.

Comme l'ordre n'a pas d'importance dans les tirage, nous définissons le nombre d'arrangement : $P_2 = \frac{N!}{N_1! N_2!}$

Le modèle statistique est donc :

$$\frac{N!}{N_1! N_2!} \cdot p^{N_1} \cdot q^{N_2}$$

En posant $n_2 = n - n_1 = n - x$; $n_1 = x$; la loi binomiale est donc :

$$P_x = \frac{N!}{x! (N - x)!} \cdot p^x \cdot q^{(n-x)}$$

On remarque donc que P_x est le terme de rang x du binôme de Newton :

$$(p + q)^2 = q^n + n \cdot q^{n-1} p + \dots + \frac{N!}{x! (N - x)!} \cdot p^x \cdot q^{(n-x)} + \dots + p^n$$

$$(p + q)^2 = 1 = \sum \frac{N!}{x! (N - x)!} \cdot p^x \cdot q^{(n-x)}$$

Moment d'ordre 0	$\Phi(1) = (p + q)^n = 1 = \sum_x P_x$
Moment d'ordre 1	$\Phi'(1) = \sum_x x \cdot P_x = n \cdot p = \bar{x}$

Moment d'ordre 2	$\Phi''(1) = \pm\sqrt{npq}$
------------------	-----------------------------

La loi binomiale est un modèle pour tout domaine répondant au schéma suivant :

1. réaliser n essais
2. Pour chaque essai, il existe deux résultats possibles : évènements favorables ou évènements défavorables
3. La probabilité des évènements favorables p et défavorables (1-p) est constante pour l'ensemble des essais.
4. On recherche la probabilité d'obtenir x évènements favorables au cours de n essais.

Exemple : Une ligne de fabrication produit 1% de pièces défectueuses. Si les pièces sont placées dans une boîte de 50 unités, quelle est la probabilité qu'une boîte contienne 2 unités défectueuses ?

Nbre d'essais	Prob. d'évènements favorables	Nbre d'évènements favorables	réponse
50	0.01	2	$0.076 = \frac{50!}{2!(50-2)!} 0.01^2 \cdot 0.99^{(50-2)}$

Généralités sur la loi de Poisson

Discrète mais bien connue, la loi de Poisson est une loi de probabilité qui s'applique aux évènements rares : contrôles de qualité (y compris révision comptable), probabilités de défaut de crédit, accidents...

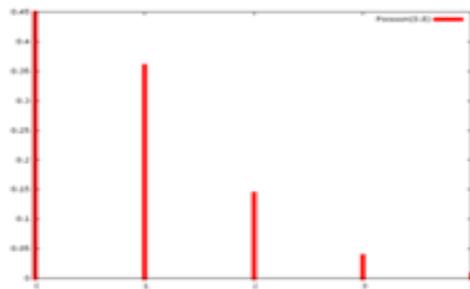
La distribution de Poisson est construite avec un seul paramètre, lambda (λ), qui est à la fois la moyenne et la variance (les démonstrations se trouvent en page paramètre de la loi de Poisson). On peut présenter cette distribution comme étant une approximation d'une loi binomiale lorsque l'effectif n tend vers l'infini (en pratique, plusieurs dizaines) et la probabilité d'occurrence p tend vers zéro (en pratique, $p < 0,1$). Le produit np tend alors vers λ . Le kurtosis de cette loi est égal à $1 / \lambda$.

La variable aléatoire X prend des valeurs positives entières k (par exemple des unités de temps 1, 2, 3...).

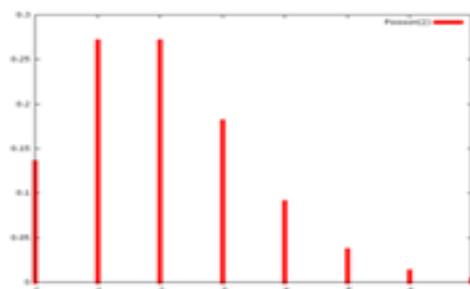
$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

Comme on peut le voir sur les exemples ci-dessous, cette loi est asymétrique mais le devient de moins en moins au fur et à mesure que λ augmente (Cf. graphiques ci-dessous réalisés sur Gretl).

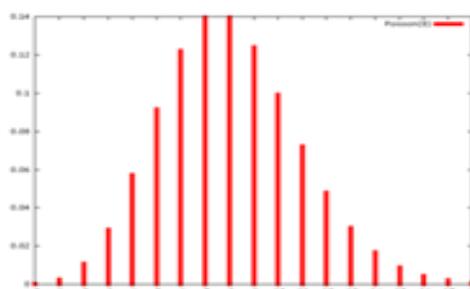
Pour $\lambda = 0,8$:



Pour $\lambda = 2$:



Pour $\lambda = 8$:



Voir aussi la page traitant du théorème de la limite centrée. Les valeurs sont généralement tabulées jusqu'à $\lambda = 18$. Au-delà, on se simplifie la vie en utilisant la loi normale.

Précisons que la somme de plusieurs variables (v.a) de Poisson indépendantes est égale à une v.a de Poisson (et réciproquement, une v.a de Poisson peut être décomposée en plusieurs v.a indépendantes). Cette propriété est démontrée et illustrée en page additivité de la loi de Poisson.

Enfin, cette loi de probabilité est utilisée dans le cadre des processus de Poisson.

Exemple 1

2 % des dossiers de crédit arrivent au service contentieux un an après leur signature. Soit un lot de 100 dossiers. Quelle est la probabilité qu'aucun dossier ne devienne contentieux à un an (c'est-à-dire k , ou en l'occurrence $x = 0$) ?

On a $p = 0,02$, $n = 100$ et $np = 2$. Les conditions de convergence de la loi binomiale vers la loi de Poisson sont réunies. On avait d'ailleurs facilement deviné que λ était égal à 2...

Première façon de calculer, avec la formule :

$$P(X = 0) = \frac{e^{-2} 2^0}{0!} = 0,1353$$

Deuxième façon, avec la table dont voici un extrait :

	$\lambda=1$	$\lambda=2$	$\lambda=3$	$\lambda=4$
x=0	0,3679	0,1353	0,0498	0,0183
x=1	0,3679	0,2707	0,1494	0,0733
x=2	0,1839	0,2707	0,2240	0,1465
x=3	0,0613	0,1805	0,2240	0,1954
x=4	0,0153	0,0902	0,1680	0,1954
x=5	0,0031	0,0361	0,1008	0,1563
x=6	0,0005	0,0120	0,0504	0,1042
x=7	0,0001	0,0034	0,0216	0,0595
x=8	0,0000	0,0009	0,0081	0,0298
x=9	-	0,0002	0,0027	0,0132
x=10	-	0,0000	0,0008	0,0053
x=11	-	-	0,0002	0,0019
x=12	-	-	0,0001	0,0006
x=13	-	-	0,0000	0,0002
x=14	-	-	-	0,0001
x=15	-	-	-	0,0000
x=16	-	-	-	-
x=17	-	-	-	-

Troisième façon, un peu plus moderne, avec Excel. On entre dans une cellule =LOI.POISSON(0;2;FAUX). Le premier argument est x, le deuxième est λ et le troisième signifie qu'on ne souhaite pas de cumul.

Exemple 2

Une société constate en moyenne trois accidents du travail par an. L'effectif total est relativement élevé, aussi considère-t-on que le nombre d'accidents suit une loi de Poisson. Quelle est la probabilité que plus de quatre accidents surviennent dans l'année ?

On sait que $\lambda = 3$. On peut s'amuser à additionner les nombres relevés sur la table ci-dessus à partir de $x = 5$. On trouve 0,1847.

Ce résultat est aussi obtenu en se fatiguant moins : si l'on utilise la fonction statistique d'Excel, on s'intéresse cette fois-ci à un cumul. LOI.POISSON(4;3;VRAI) donne 0,8153. Comme on cherche les valeurs au-delà de 4, notre probabilité est de $1 - 0,8153 = 0,1847$.

D'autres exemples figurent en pages loi binomiale et absentéisme. Voir aussi la page gestion des stocks et loi de Poisson.

Introduction à la loi de Laplace-Gauss

Voici la plus connue et la plus utile des lois de probabilité théoriques. Curieusement dénommée loi NORMALE (comme si les autres lois étaient des monstruosités), elle prend aussi le nom du génie Carl Friedrich Gauß (prononcez Gauss).

Elle est la plus célèbre parce qu'elle résume de nombreuses distributions statistiques observées. La représentation graphique de sa fonction de densité, continue et symétrique, a une forme très simple. C'est la fameuse courbe gaussienne,

dite « en cloche », même si personnellement je n'ai jamais vu de cloche de cette forme-ci.

Elle est aussi la plus utile parce qu'elle permet l'utilisation de très nombreuses techniques statistiques lorsqu'elle est vérifiée.

Présentation

La majorité des statisticiens ne connaissent pas l'expression de la fonction de densité de probabilité. Mais si je ne l'indiquais pas, ça ne ferait pas sérieux. Alors...

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-m}{\sigma} \right)^2 \right]$$

m est l'espérance et σ (σ) est l'écart-type. Si par exemple la variable aléatoire (v.a) X suit une loi normale d'espérance 10 et d'écart-type 1, on le note comme suit :

$$X \sim \mathcal{N}(10,1)$$

Ces deux paramètres suffisent pour résumer une distribution observée. Si l'écart-type est petit par rapport à l'espérance, la courbe de densité ressemble à une légère boursoufflure et plus il s'en approche, plus la courbe s'étire en hauteur comme une fleur de datura. Mais il n'est pas pratique d'utiliser cette loi telle quelle pour les prolongements statistiques (intervalles de confiance, vérification d'hypothèses...). On se sert alors de la loi centrée et réduite, c'est-à-dire qu'on utilise une variable auxiliaire :

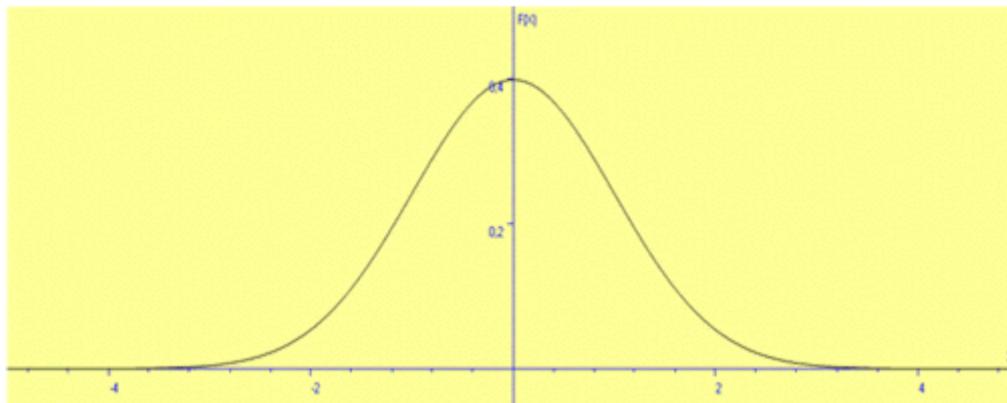
$$Z = \frac{X - m}{\sigma}$$

On obtient alors une nouvelle loi normale dont l'espérance est nulle et l'écart-type est égal à 1. Retirer l'espérance consiste à CENTRER (par translation, la fonction de densité devient paire) et diviser par l'écart-type consiste à RÉDUIRE, c'est-à-dire à normaliser. Les valeurs prises par la fonction de densité de la loi centrée réduite sont indiquées dans des tables, du moins pour les valeurs positives.

L'expression de cette fonction centrée et réduite revêt une ligne plus épurée...

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{x^2}{2} \right)$$

La courbe de densité de probabilité apparaît ainsi (réalisée sur ZSGCalc) :



Elle est **symétrique** et l'essentiel des **probabilités** est contenu entre ± 2 écarts-types. Pour être plus exact, et je le précise car cet intervalle est très souvent utilisé, 95 % des valeurs prises par la v.a se trouvent entre plus ou moins 1,96 écart-type autour de la moyenne. C'est ce chiffre de 1,96 qu'on utilise le plus souvent pour déterminer des **intervalles de confiance** bilatéraux.

Plus l'échantillon est grand, plus certaines lois (y compris discrètes) tendent à ressembler à la loi normale. La **loi hypergéométrique** et la **loi binomiale**, notamment... L'utilité apparaît alors, entre autres, dans le cadre d'une **comparaison de proportions**. Une autre utilisation habituelle figure en page **seuil de rentabilité probabilisé**.

Nous avons vu que la distribution est symétrique. Cependant, une distribution ASYMÉTRIQUE peut parfois être « normalisée » en utilisant les **logarithmes** ou les **racines carrées**.

Des **tests** d'adéquation permettent de s'assurer qu'une distribution est suffisamment proche de cette loi théorique pour bénéficier de ses nombreux avantages. Ce sont les **tests de normalité**, qui lui sont spécifiques, éventuellement ceux de **Kolmogorov-Smirnov** et du **khi²**, ainsi que le test visuel de la **droite de Henry**.

Propriétés

La loi normale possède des propriétés bienfaitantes.

D'abord, elle est additive : si n v.a indépendantes suivent chacune une loi normale, leur somme en fait de même (contrairement à la **loi uniforme**, par exemple). Soit deux v.a indépendantes X_1 et X_2 qui suivent deux lois normales caractérisées par des espérances m_1 et m_2 et par des écarts-types σ_1 et σ_2 :

$$(X_1 + X_2) \sim \mathcal{N}\left(m_1 + m_2 ; \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right)$$

Par ailleurs, la **linéarisation** d'une v.a X suivant une loi normale conduit également à une v.a $Y = aX + b$ qui suit elle aussi une loi normale. C'est d'ailleurs cette propriété qui permet l'emploi de la version centrée réduite.

Théorème central-limite(TCL)

Cet indispensable théorème montre que les MOYENNES d'échantillons indépendants qui suivent une même loi de probabilité tendent vers une distribution normale pour peu qu'elles soient suffisamment nombreuses. C'est surtout cette propriété qui fait jouer à la loi normale un rôle central en statistique. Voir la page consacrée au **TCL**.

Régressions

Il est préférable que les résidus d'une **régression simple** ou **multiple** suivent une loi normale. Cette adéquation ne se visualise pas directement car, après avoir trié les résidus par ordre croissant, il faudrait les regrouper en classes et comparer l'**histogramme** avec une courbe de Gauss. Ceci manque un peu de rigueur. On utilise plutôt les **tests de normalité** ou la **droite de Henry**. Une non-normalité des résidus ne remet pas en cause l'équation du modèle mais elle empêche d'estimer les intervalles de confiance des paramètres.

THÉORÈME CENTRAL-LIMITE (TCL)

Véritable pilier des **statistiques**, ce théorème énonce que les **moyennes** d'un grand nombre d'**échantillons** suivent une **loi normale**, même si ceux-ci suivent individuellement une autre **loi de probabilité**. Tous les étudiants qui ont le bonheur de bénéficier de cours de statistiques rencontrent un beau jour le théorème de la limite centrée, ou central-limite (TCL) qui ouvre la perspective d'un merveilleux monde de connaissances (si vous me trouvez grandiloquent inutile de m'écrire pour me le signaler, je le sais déjà).

À titre d'exemple, si l'on relève la distribution des salaires dans mille **entreprises**, il serait surprenant que certaines d'entre elles présentent une courbe gaussienne car des salaires élevés étirent inmanquablement les **fonctions de densité** sur la droite (dit autrement, l'équipe dirigeante est toujours grassement payée). C'est pourquoi le niveau du salaire moyen dans une entreprise donnée ne signifie rien et que l'on indique toujours le **médian**. Pourtant, si l'on trace la fonction de densité des mille salaires MOYENS de notre échantillon, il y a fort à parier que cette courbe-ci ressemble à une gaussienne... Et plus l'échantillon est grand, plus on a de chances de le vérifier. Outre ce type d'application ponctuelle, le TCL explique également les bienfaits de la diversification dans la gestion de portefeuille (voir page **théorie du portefeuille**).

La **variable aléatoire (v.a)** peut être discrète ou continue, seules les situations particulièrement tordues échappent au théorème (du type **loi de Cauchy**).

C'est parce que le TCL n'exige pas d'hypothèse sur la loi de probabilité suivie par chaque v.a hormis celle d'une variance finie qu'il se révèle si indispensable aux statistiques. Du coup, il s'applique à des lois de probabilité qu'il n'est même pas utile d'identifier... En statistique inférentielle, c'est ce théorème qui permet le calcul des **intervalles de confiance** autour des **estimateurs**.

Formalisons-le.

Soit une suite de v.a **X_1, X_2, \dots, X_n indépendantes** et de même loi (donc de même **espérance m** et de même **écart-type σ**).

$$Y_n = \frac{\bar{X}_n - m}{\sigma / \sqrt{n}} \sim \mathcal{N}(0; 1)$$

La variable aléatoire **Y converge en loi** vers la loi normale centrée réduite.

Mathématiquement, **Y converge à l'infini** mais en pratique on admet qu'à compter d'un échantillon de trente moyennes la loi normale peut être utilisée, comme le TCL nous y invite... S'il y a des **valeurs aberrantes** ou des distributions très **asymétriques**, on retient plutôt un minimum de cinquante.

NB : il revient au même de noter le TCL ainsi :

$$Y_n = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - m)}{\sigma/\sqrt{n}} \sim \mathcal{N}(0; 1) \text{ ou } Y_n = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - m)}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0; \sqrt{n})$$

...ou encore de noter que la moyenne d'un gros échantillon aléatoire suit une loi normale...

$$\bar{x} \sim \mathcal{N}\left(m; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Le TCL permet aussi de montrer qu'au-delà d'un certain effectif, la plupart des lois peuvent être approchées par une loi normale sous condition d'indépendance.

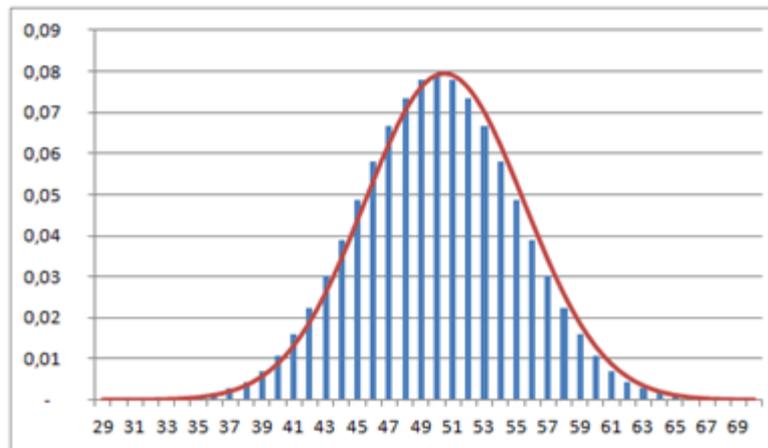
Une application très simple est celle de l'approximation de la **loi binomiale** par la loi normale. La variable binomiale est bien une somme de variables indépendantes (de Bernoulli). On sait qu'une loi $\mathbf{B}(n; p)$ a pour espérance np et pour variance $np(1-p)$. Donc...

$$\mathbf{B}(n; p) \sim \mathcal{N}\left(np; \sqrt{np(1-p)}\right)$$

À titre d'exemple, on peut avoir...

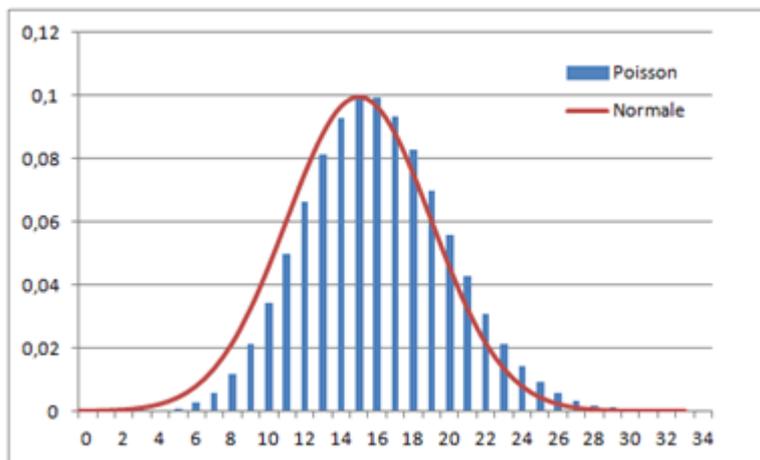
$$\mathbf{B}(100; 0,5) \sim \mathcal{N}(50; 5)$$

Cet exemple est illustré ci-dessous, les valeurs prises par la loi binomiale paraissant en bâtons et celles de la loi normale figurant sous forme de courbe. L'échantillon étant important ($n = 100$), on constate une forte similitude entre les deux distributions.



Un exemple d'approximation de la loi binomiale par la loi normale figure en page **seuil de rentabilité probabilisé**.

De la même manière, voici la comparaison entre la distribution de la **loi de Poisson** de paramètre 16 et la loi normale $\mathbf{N}(16; 4)$. Rappelons que c'est à partir d'une valeur de paramètre située autour de 18 que la loi de Poisson est approchée par une loi normale, ce qui explique le décalage bien visible sur la figure :



Pour compléter le panorama, vous pouvez jeter un regard sur la page **loi du khi²**.

Le TCL a été généralisé par diverses conditions, notamment celle de Lyapounov. Ainsi, pour tendre vers une loi normale, les lois de probabilité suivies par chaque v.a n'ont même pas besoin d'être identiques, du moment qu'aucune des v.a n'est prépondérante.

Détermination de la taille d'un échantillon aléatoire

C'est une évidence : plus l'échantillon d'un sondage aléatoire est important, plus l'analyse est précise et... coûteuse. Mais le gain marginal de précision est de plus en plus faible au fur-et-à-mesure qu'on augmente la taille de l'échantillon : pour diviser par 2 un intervalle de confiance, il ne faut pas multiplier l'échantillon par 2 mais par $2^2 = 4$. Aux arrondis près, on le constate sur le petit tableau ci-après.

On se donne une marge d'erreur et un intervalle de confiance. Sur ces bases, on détermine la taille de l'échantillon à étudier. On note au passage que la taille de la population-mère n'intervient pas...

A partir d'une proportion

La taille de l'échantillon est calculée par de nombreux logiciels mais il est très facile d'utiliser la formule suivante si la problématique concerne une proportion :

$$n = \frac{t^2 p(1 - p)}{d\% ^2}$$

Le coefficient t est lu dans la table de la loi normale centrée réduite, c'est-à-dire qu'il vaut 1,96 si l'on s'est donné un niveau de confiance de 0,95. La proportion p d'individus présentant la caractéristique à mesurer est déterminée par la connaissance que l'on a sur le sujet. Quand on ignore tout, on prend 0,5, faute de mieux. Quant à d, c'est la marge d'erreur qu'on se donne. A ne pas confondre avec la probabilité que l'intervalle de confiance exclue la vraie proportion : il s'agit de la marge sur la PROPORTION. Ce peut être 2 % sur une proportion de 0,5 (on détermine alors n pour une proportion variant entre 0,48 et 0,52).

Si d n'est pas un pourcentage mais une valeur absolue :

$$n = \frac{t^2(1-p)}{d^2 \times p}$$

Donc, dans le cas où la proportion est inconnue et où l'on se donne un niveau de confiance de 0,95, l'échantillon à retenir s'établit à :

Précision	Taille
2%	2 401
3%	1 067
4%	600
5%	384
6%	267

Il existe des abaques qui déterminent la taille de l'échantillon à observer en fonction des paramètres retenus.

A partir d'une moyenne (loi normale)

Si l'on raisonne en termes ABSOLUS, l'intervalle de confiance est m , moyenne observée, plus ou moins la marge d'erreur d . On doit avoir une première estimation de l'écart-type, quitte à augmenter ensuite la taille de l'échantillon si l'on s'aperçoit sur n que l'écart-type est supérieur à ce qui était prévu.

$$n = \frac{t^2 \sigma^2}{d^2}$$

Si l'on préfère (ou si l'on doit) raisonner sur un POURCENTAGE (précision de d % autour de la moyenne), cela revient à diviser par m le numérateur et le dénominateur, donc à utiliser un coefficient de variation (CV) estimé.

$$n = \frac{t^2 (CV)^2}{d\% ^2}$$

Notez bien que le n obtenu est un minimum. Dans le cadre d'une enquête marketing, on le majore pour tenir compte des non-réponses. On appelle taux d'achèvement le pourcentage de questionnaires entièrement exploitables. Il convient donc de multiplier n par l'inverse du taux d'achèvement envisagé...

Caractéristiques multiples

Si l'on cherche à estimer la moyenne ou la proportion de plusieurs variables, on détermine n pour chaque variable. La logique veut qu'on retienne la taille d'échantillon la plus élevée.

VIII. Annexe 3: Etude en bruit

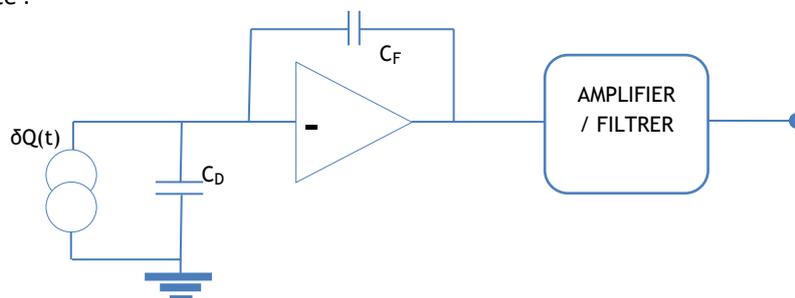
Dès que l'on réalise une mesure, on se confronte au fait de savoir si la mesure est vraie, quelle est la part d'erreur due aux fluctuations constituant l'erreur de mesure. Cette fluctuation est de deux natures :

- **Bruit d'interférence** : c'est le résultat de l'interaction du système d'étude avec le monde extérieur, et/ou l'interaction d'une partie du système avec le reste des fonctions du système. C'est le domaine de la compatibilité électromagnétique. (cf Annexe A)
- **Bruit inhérent** : c'est l'objet de ce chapitre. Ce sont les phénomènes aléatoires dont nous ne maîtrisons pas la venue mais où nous pouvons traiter les conséquences sur la mesure en utilisant les fonctions électroniques adéquates.

Une première partie donnera les définitions propres aux domaines de l'acquisition pour la physique. Puis, nous définirons les outils mathématiques pour l'analyse dans le domaine temporel et fréquentiel. Cela nous permettra de comprendre la nature du bruit et les modèles existants pour les différents composants électroniques. En dernière partie, nous concentrerons notre exposé sur des exemples. Enfin, nous présenterons le bilan des modèles et le principe de l'étude en bruit d'un système d'acquisition

VIII.1. Problématique

Quand nous mesurons l'énergie déposée par une particule dans un détecteur, nous mesurons la charge créée par cette particule. La forme théorique est un signal de Dirac. Il faut ensuite l'amplifier pour un traitement ultérieur du signal. Le premier traitement est un filtrage. Ainsi, la séquence dominante du traitement du signal est la suivante :

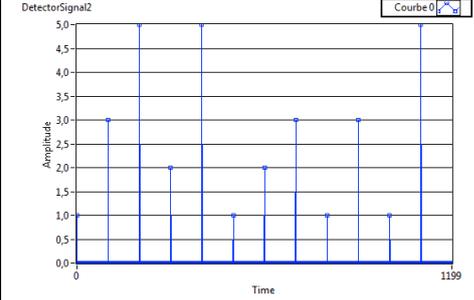
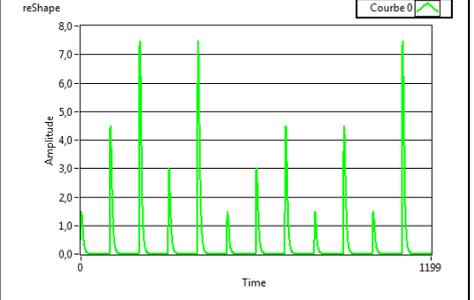
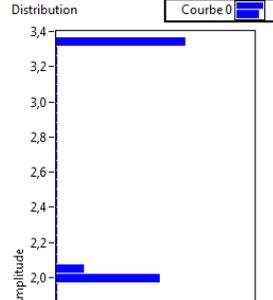
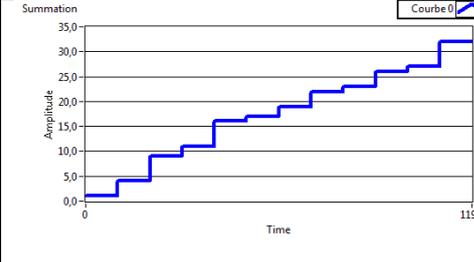
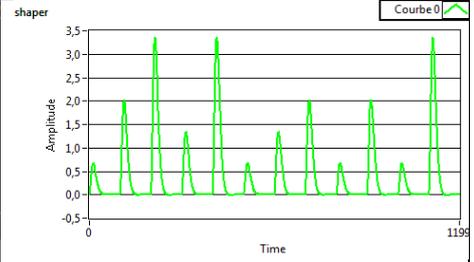
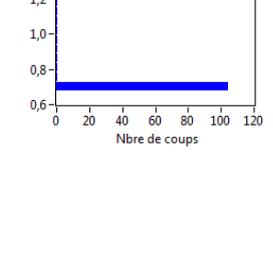
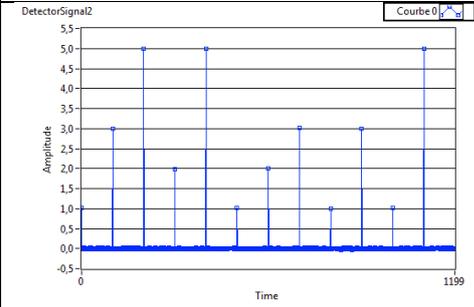
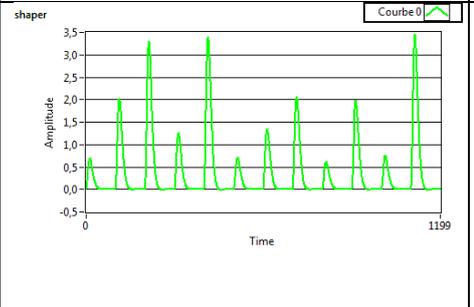
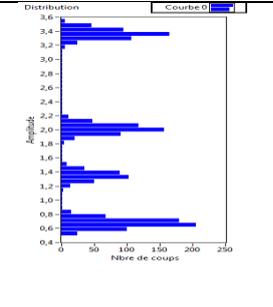
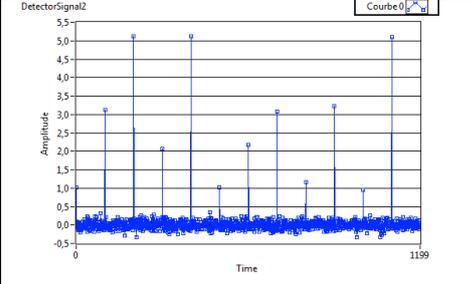
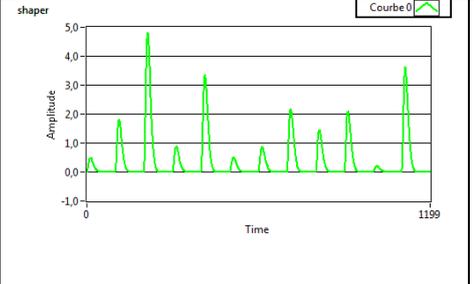
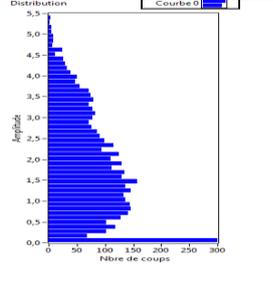


Dans le graphique ci-dessous, nous simulons l'impact de quatre particules d'énergie différentes (respectivement d'amplitude arbitraire [1,2,3,5]). Après intégration pour récupérer la charge déposée, nous différencions le signal pour retrouver la forme initiale (pseudo-Dirac). En fin de compte, nous lui faisons subir un filtrage pour couper la bande passante du système.

Dans une situation parfaite, la prise de donnée, illustrée par une distribution des amplitudes maximales, donne des pics uniques permettant de déterminer les énergies des différentes particules.

Si nous ajoutons un bruit gaussien blanc de valeur rms = 0,01, chaque pic est à présent une distribution gaussienne. La détermination des énergies des particules nécessitera l'utilisation des outils statistiques (moyenne, écart-type, théorie de l'estimation...). Si nous amplifions le phénomène bruyant par un facteur 10 (rms=0.1), nous constatons sur la distribution (C-3), que nous ne pouvons plus distinguer les pics en énergie des particules bien que les signaux sont toujours présents. Il faut donc appliquer un traitement nouveau pour pouvoir sortir le signal du bruit.

Graphique des signaux de chaque étape

		
<p>A-1 - Signaux type Dirac sans bruit issus de 4 particules d'énergie différentes (1,2,3,4) détectés dans un détecteur parfait.</p>	<p>A-3 – Signaux différenciés pour retrouver la distinction entre signaux du détecteur.</p>	
		
<p>A-2 – Signaux intégrés par un amplificateur de charge parfait</p>	<p>A-4 – Intégration des signaux pour maîtriser la bande passante des signaux</p>	<p>A-5 – Distribution des amplitudes maximales issus de A-4.</p>
		
<p>B-1 – idem que A-1 avec ajout d'un bruit blanc gaussien de valeur RMS = 0.01</p>	<p>B-2 – Signaux en fin de chaine d'acquisition analogique</p>	<p>B-3 - Distribution des amplitudes maximales issus de B-1 avec influence du bruit.</p>
		
<p>C-1 – idem que A-1 avec ajout d'un bruit blanc gaussien de valeur RMS = 0.1</p>	<p>C-2 – Signaux en fin de chaine d'acquisition analogique</p>	<p>C-3 - Distribution des amplitudes maximales. Les signaux sont noyés dans le bruit.</p>

En conclusion, quand nous affichons l'ensemble des mesures sous forme de graphique, nous devrions obtenir la distribution des pics pour une énergie constante de chaque particule. Mais la mesure n'est pas constante, elle a un intervalle de valeurs possibles. Cette intervalle définit la résolution du système de mesure. L'étude du bruit consiste à comprendre, à quantifier et à optimiser cette intervalle de valeurs possibles pour obtenir la meilleure probabilité d'avoir une mesure proportionnelle à l'énergie constante déposée dans le détecteur par la particule à l'étude.

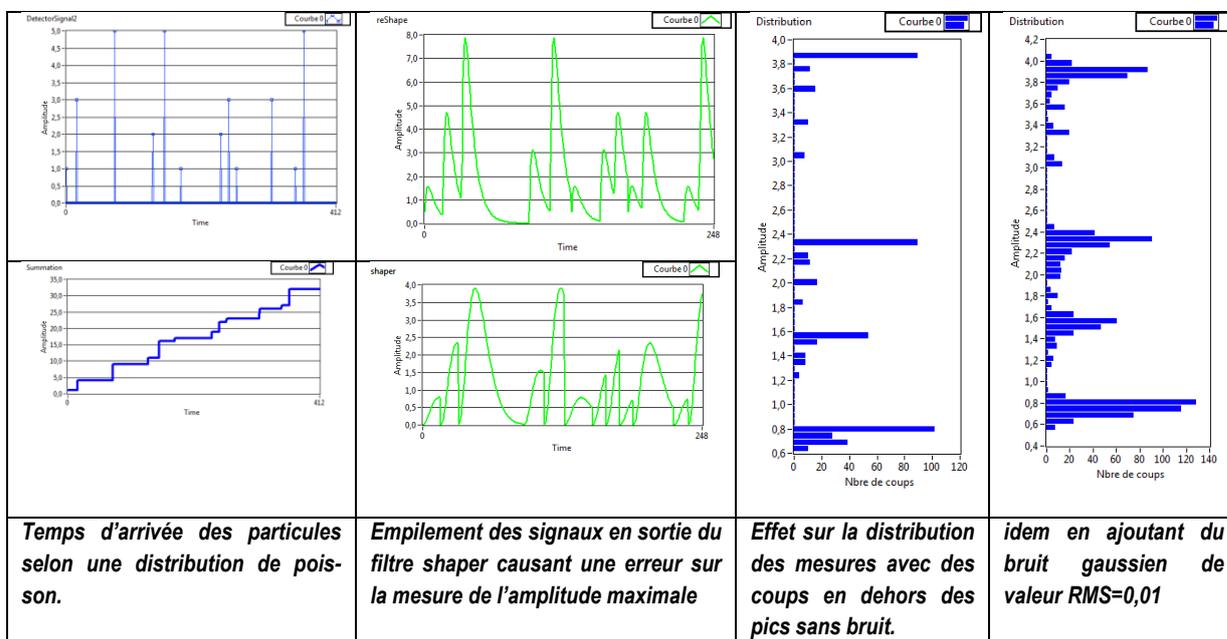
La mesure appartient donc aux domaines des phénomènes aléatoires. Un processus aléatoire (série temporelle, processus stochastique) est un ensemble de fonctions du temps (souvent non comptabilisable) tel que cet ensemble peut être caractérisé à travers les propriétés statistiques. Cela se traduit par l'utilisation de l'ensemble des outils mathématiques des statistiques. On ramènera donc l'étude du bruit à l'étude des distributions des mesures de façon statistique.

On peut considérer cinq phénomènes qui peuvent entacher la mesure d'une erreur statistique:

1. L'empilement
2. Le déficit balistique
3. Le cross-talk
4. Le bruit du détecteur ou du capteur
5. Le bruit de la chaîne électronique de mesure

VIII.1.1 Le phénomène d'empilement

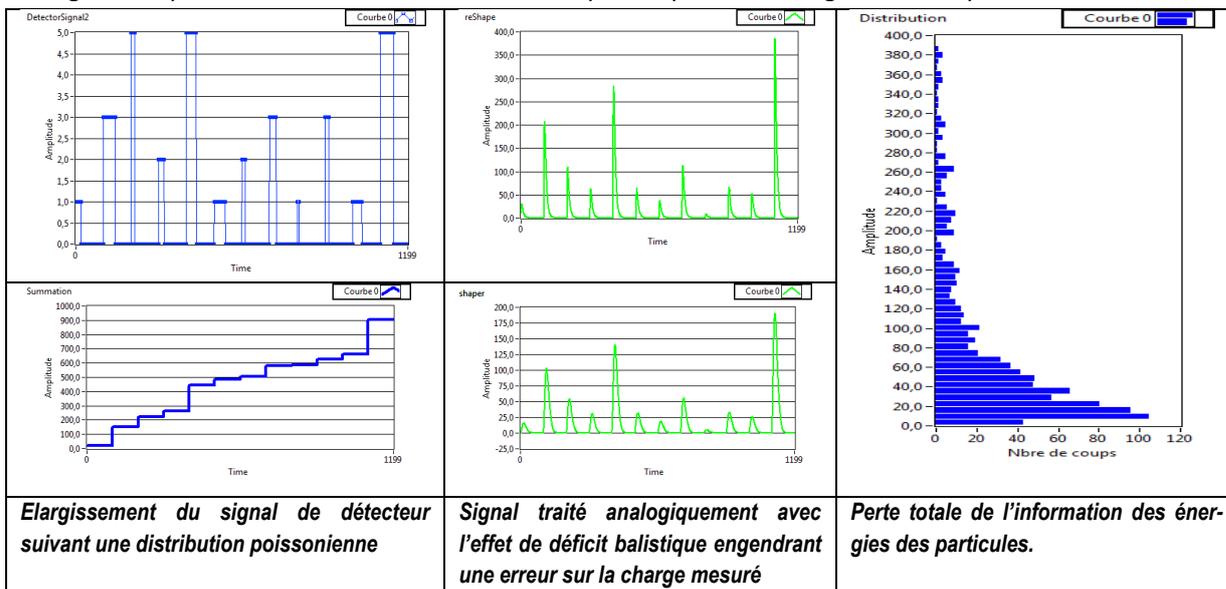
Quand le signal a un temps d'occupation plus long dans la chaîne d'acquisition que le temps d'arrivée des particules sur le détecteur, il y a empilement des signaux suivant la distribution d'arrivée des signaux. L'amplitude maximale devant représentée l'énergie de la particule a une erreur dépendant de la distribution des arrivées des particules. L'interprétation est l'ajout à la mesure d'une erreur, quantifié par l'écart-type de cette distribution σ_1 .



VIII.1.2 Le phénomène de déficit balistique

Si la forme d'onde du signal du détecteur change de façon statistique, la chaîne analogique du signal ayant des caractéristiques fixes, alors le pic de l'amplitude de la chaîne analogique ne correspond pas à la collection totale des charges du détecteur mais uniquement à une fraction de celles-ci. La fraction de charge perdue

peut être considérée comme une variable aléatoire créant une dispersion sur l'amplitude du signal en sortie du filtre. La solution est d'avoir une constante de filtrage longue permettant de collecter l'ensemble des charges. Cela peut être en contradiction avec le temps d'acquisition des signaux de l'expérience.

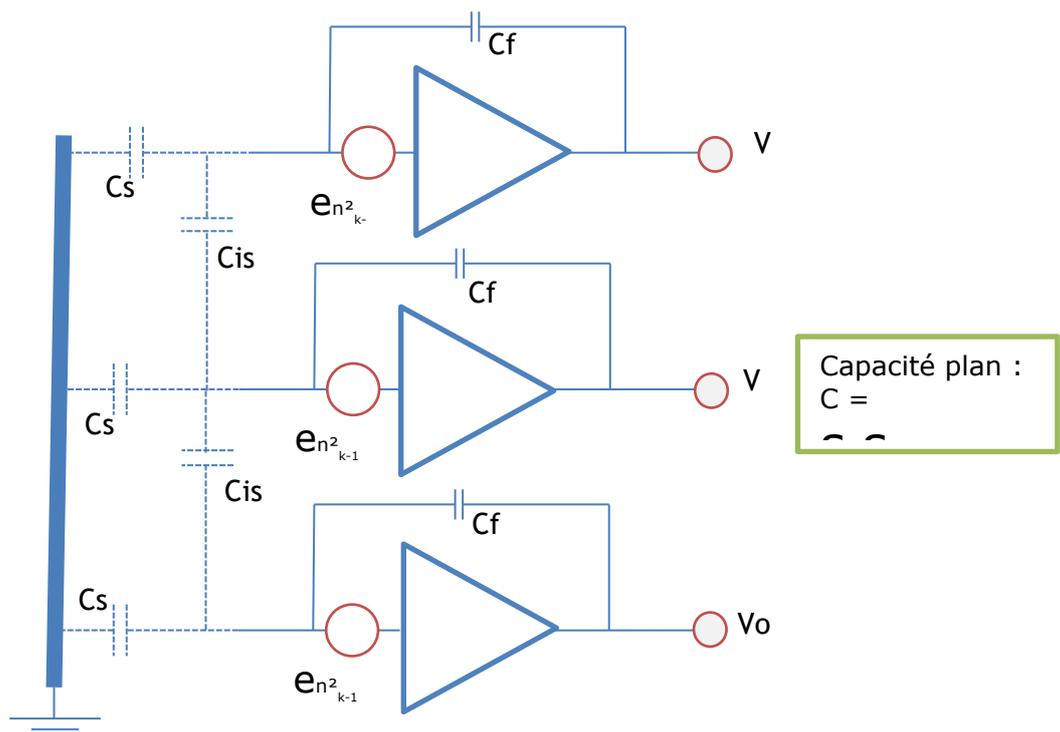


VIII.1.3 Le phénomène de crosstalk

Dans un circuit front end connecté à un détecteur multicanal (pixel, silicium à strip), le bruit de sortie d'une voie de mesure est augmenté par les circuits adjacents et les voies des détecteurs. En effet, il y a toujours une connexion par capacités parasites suivant la formule suivante. $e_{n_k}^2$ est le bruit électronique du système analogique de détection.

$$v_o^2 = e_{n_k}^2 \cdot [(2C_{is} + C_s + C_f)^2 + 2C^2_{is}] / C^2_f$$

Cette formule correspond au schéma suivant :



VIII.1.4 Le bruit du détecteur

Quel que soit le type de détecteur, Photomultiplicateur, détecteur Semi-conducteur ou gazeux, ils génèrent un signal continu dans le temps dû à des phénomènes naturels de circulation d'électrons. Ce bruit électronique s'ajoute aux signaux de passage de particules dans le milieu de détection. On le mesure sous forme d'écart type de charge.

En effet, considérant un courant circulant entre deux électrodes, il y a donc n électrons qui circulent avec une vitesse v . Le courant induit dépend également de l'espacement entre les deux électrodes l (zone de charge d'espace dans le cas d'une diode polarisée en inverse).

Le courant est donc :

$$i = \frac{n.e.v}{l}$$

Les fluctuations de ce courant dépendent de la fluctuation du nombre de porteurs et de la vitesse :

$$\langle di \rangle^2 = \left(\frac{n.e}{l} \langle dv \rangle \right)^2 + \left(\frac{e.v}{l} \langle dn \rangle \right)^2$$

En considérant les porteurs et leur vitesse statistiquement non-corrélés. Ces deux mécanismes sont à l'origine de l'ensemble des phénomènes de bruit dans les détecteurs et également dans les dispositifs électroniques.

Ainsi, la variation de la vitesse des porteurs a une issue thermique, constante jusqu'à la limite de la longueur d'onde de Plank. Il est nommé bruit blanc.

La variation du nombre de porteurs a plusieurs origines :

- Emission de porteurs à travers une barrière de potentiel (flux de courant dans une diode). Chaque émission est statistiquement indépendante. Son nom est « shot noise » et à un spectre blanc (constant).
- Piégeage de porteurs dans les impuretés des semi-conducteurs ou des gaz. La fluctuation a un spectre de puissance de bruit dépendant inversement de la fréquence

VIII.1.5 Le bruit de la chaîne d'acquisition

En temps qu'électronicien, on se doit de comprendre et maîtriser l'ensemble des composants de la chaîne de traitement de signal analogique, c.-à-d. les résistances, les capacités, les inductances et les transistors. Malheureusement, ce ne sont pas des composants parfaits et des phénomènes naturels génèrent comme pour les détecteurs une fluctuation aléatoire des courants et tensions. Un de nos objectifs est donc de comprendre la nature statistique des différents phénomènes pour les minimiser et avoir un signal utile bien supérieur aux signaux perturbant la mesure.

En conclusion, une tension ou un courant n'est jamais constant et possède une fluctuation dû à l'ensemble des phénomènes aléatoires ci-dessous. La résolution de la mesure dépend donc de ces phénomènes. Mathématiquement, c'est la somme quadratique des différents écart-types qui donne la valeur de l'écart-type de la mesure :

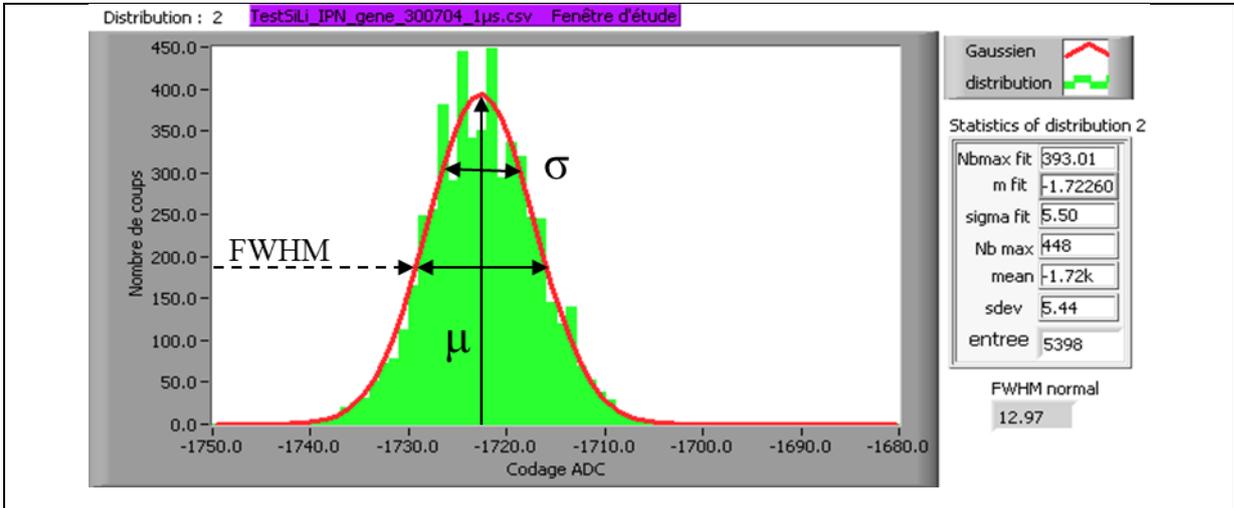
$$\sigma^2_{\text{total}} = \sigma^2_{\text{det}} + \sigma^2_{\text{pu}} + \sigma^2_{\text{ba}} + \sigma^2_{\text{elec}}$$

Dans un premier temps, nous présentons l'ensemble des outils dans le domaine temporel et fréquentiel nécessaire à l'étude du bruit. Puis, nous donnerons l'ensemble des modèles de bruit des composants électroniques du système de mesure. Nous finirons par les méthodes d'évaluation du bruit en conception et des exemples d'applications.

VIII.2. Les outils statistiques

Ce paragraphe est un rappel succinct permettant de calculer le bruit d'un système, de le mesurer et de savoir si les spécifications sont respectées par la chaîne d'acquisition.

D'abord, le bruit ne peut être mesuré qu'à partir d'un ensemble de données permettant de déterminer une distribution des valeurs possibles. Cette distribution sera définie par sa moyenne, son écart-type et sa largeur à mi-hauteur (FWHM) au minimum. Cette dernière grandeur permet une mesure directement sur l'histogramme de la mesure comme le montre la figure ci-dessous :



Distribution de 5398 mesures avec mesure de la moyenne μ , de l'écart-type et de la FWHM.

La statistique est la technique mathématique pour l'étude d'un ensemble de données observées, mesurées et les méthodes de recueils, d'analyse et de traitement de ces données. Chaque individu d'une population possède un ensemble de caractéristiques appelées variables aléatoires ou caractères. Pour chaque variable (une tension, un courant ou une charge dans notre cas), nous définissons N classes (intervalle de valeurs). Pour chaque classe, nous comptons le nombre de données dans l'intervalle et le nombre de données de la population à l'étude. La représentation graphique est la distribution de la mesure comme ci-dessus.

On définit les grandeurs statistiques usuelles :

- La moyenne : $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^k f_i \cdot x_i$ avec f_i fréquence pour chaque classe.
- Les paramètres de dispersion :
 - L'étendue : $w = x_{max} - x_{min}$
 - Variance : $\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^k x_i^2 \cdot f_i$
 - L'écart-type : $\sigma = \sqrt{\text{Variance}}$

L'écart-type n'étant pas facilement mesurable sur une distribution, il est plus utile d'utiliser la largeur totale de la distribution à mi-hauteur, notée FWHM. → **FWHM = 2.355 x écart-type.**

La plupart des distributions des mesures sauf cas physique particulier (radioactivité avec une distribution poissonnienne) sera une distribution gaussienne, ou distribution normale.

Un variable aléatoire suit une loi normale ou gaussienne de paramètres (μ, σ^2) si elle admet pour densité de probabilité (=distribution) la fonction f définie par :

$$F_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

En effet, le théorème central limite dit que la somme de distributions statistiques quelconques est une distribution gaussienne.

Si $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite de variable aléatoires, c.-à-d. de même espérance μ et de même écart-type $\sigma > 0$ alors, en posant $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, on a :

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \xrightarrow{L} N(0,1)$$

La mesure étant entachée d'un ensemble d'erreurs, (= d'un ensemble de distribution statistique), la répétition d'une mesure dans des conditions identiques sera une distribution gaussienne. Dans le cas où l'ensemble des mesures ne permet pas d'identifier une distribution normale, il faut calculer les moments d'ordre supérieur pour comprendre si une loi statistique est cachée dans les données.

Maintenant, il faut aller plus loin et essayer de caractériser la nature du bruit dans les systèmes électroniques. C'est l'étude des signaux stochastiques. Un des outils mathématiques est la fonction de corrélation ou plutôt d'autocorrélation qui permet de savoir s'il y a une relation forte entre les échantillons temporels d'un signal. On peut également déterminer son équivalent fréquentiel, la densité spectrale de puissance. Cet outil permet d'identifier la répartition de l'énergie du signal en fonction de la fréquence. La transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation pour un signal aléatoire est égale la densité spectrale de puissance de bruit. Pour chaque nature de bruit (thermique, de grenaille, bruit en 1/f...), on le modélisera par sa densité spectrale de puissance.

Rappel sur l'analyse des signaux aléatoires :

On peut considérer qu'un ensemble de mesure contient un ensemble de variables aléatoires dû à la nature des phénomènes perturbatifs aléatoires. On peut donc analyser ces mesures en regardant leur interdépendance. Pour cela, nous utilisons la matrice de variance-covariance à l'aide des coefficients de covariance:

$$c_{x_1 x_2} = E[(x_1 - m_{x_1})(x_2 - m_{x_2})]$$

Et la matrice :

$$C_{xx} = \begin{bmatrix} \vartheta_{x_1} & c_{x_1 x_2} & c_{x_1 x_n} \\ c_{x_1 x_2} & \vartheta_{x_2} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{x_n x_1} & \dots & \vartheta_{x_n} \end{bmatrix}$$

On définit alors le coefficient d'autocorrélation :

$$\rho_{xx} = \frac{C_{xx}}{\sigma^2}$$

Si $\rho_{xx} = 0$, les mesures sont indépendantes entre elle.

Si $\rho_{xx} = 1$, les mesures sont dépendantes les unes des autres.

Pour l'analyse du bruit, nous considérerons que les signaux issus d'un processus aléatoire sont **stationnaires**, c.-à-d., leurs caractéristiques statistiques sont indépendantes de l'origine des temps. Ainsi, la valeur moyenne et l'écart-type sont des constantes. Ainsi, la matrice de variance-covariance est une fonction d'une seule variable, appelée fonction de corrélation.

On fait également l'hypothèse d'**ergodicité**, c.-à-d., que les moyennes temporelles effectuées un jour donné ne sont pas différentes que les moyennes d'ensembles effectuées sur les tensions mesurées à des temps déterminés lors de différents jours. L'analyse des signaux aléatoires à un moment donné possède les mêmes caractéristiques statistiques que les signaux pris plus loin dans le temps.

A partir des hypothèses de stationnarité et d'ergodicité des signaux aléatoires, il est possible de définir le spectre en énergie du signal aléatoire en fonction des fréquences.

Dans le domaine temporel, la puissance du signal est définie par sa variance :

$$P = \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{2T_1} \int_{-T_1}^{T_1} x^2(t) dt = \text{Variance}$$

La densité spectrale de puissance de bruit ou d'un signal aléatoire stationnaire ergodique est la transformée de Fourier de la variance donc de la fonction d'autocorrélation du signal :

Ainsi, en fréquence, nous utiliserons la densité spectrale de puissance de bruit et en temporel, la fonction d'autocorrélation.

VIII.2.1 Domaine temporel

La tension de bruit $S_n(t)$ est un signal aléatoire de moyenne nulle et d'écart-type ou **Root Mean Square** :

$$S_n(rms) = \left[\frac{1}{T} \int_0^T S_n^2(t) \cdot dt \right]^{1/2}$$

La variable T est l'intervalle de temps moyennant $V_n(t)$. Plus T est grand, plus la valeur mesurée de $V_n(rms)$ est précise.

On peut alors définir $S_n(t)$ comme une tension ou un courant selon le besoin de l'analyse. Dans le cas où nous devons additionner les valeurs de bruit, nous additionnons les valeurs RMS élevées au carré. Dans le cas général, il faut déterminer si le terme de corrélation entre les sources de bruit est nul ou non. Dans les systèmes de mesures, dans la plupart des cas, les bruits ne sont pas corrélés entre eux et leurs moyennes sont nulles. Ainsi,

$$V_{no}^2(rms) = \frac{1}{T} \int_0^T [V_{n1}(t) + V_{n2}(t)]^2 \cdot dt$$

$$V_{no}^2(rms) = V_{n1}^2(rms) + V_{n2}^2(rms) + \frac{2}{T} \int_0^T V_{n1}(t) V_{n2}(t) \cdot dt$$

Si V_{n1} et V_{n2} ne sont pas corrélés, alors :

$$V_{no}^2(rms) = V_{n1}^2(rms) + V_{n2}^2(rms)$$

Exemple : Quel est la valeur V_{no} pour $V_{n1} = 15\mu V$ et $V_{n2} = 5\mu V$? Quel valeur doit avoir V_{n1} pour que $V_{n2} = 5\mu V$ soit négligeable pour $V_{no} = 15\mu V$?

$$V_{no} = 15^2 + 5^2 \rightarrow V_{no} = 15,8 \mu V$$

$$15^2 = V_{n1}^2 + 5^2 \rightarrow V_{n1} = 14,14 \mu V$$

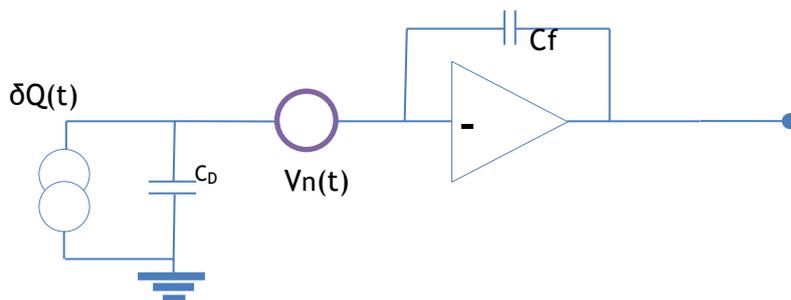
Une réduction de 5,73% de V_{n1} élimine l'influence de bruit de V_{n2} .

Pour comparer le signal utile du niveau de bruit, nous pouvons calculer le rapport signal sur bruit :

$$SNR = 10 \cdot \log \left[\frac{\text{puissance du signal}}{\text{puissance de bruit}} \right] \text{ (dB)}$$

$$SNR = 10 \cdot \log \left[\frac{V_v^2(rms)}{V_n^2(rms)} \right] = 20 \cdot \log \left[\frac{V_v(rms)}{V_n(rms)} \right]$$

Dans le cas d'une électronique front-end, le rapport signal sur bruit correspond au schéma suivant :



La tension d'entrée est l'intégration de la charge par les capacités d'entrée ($C_d + C_i$) : $V_{in} = \frac{Q_{in}}{(C_d + C_i)}$

Le bruit en entrée est V_n .

Le rapport signal sur bruit en entrée permettant la comparaison entre l'influence du PAC et la charge mesurée est :

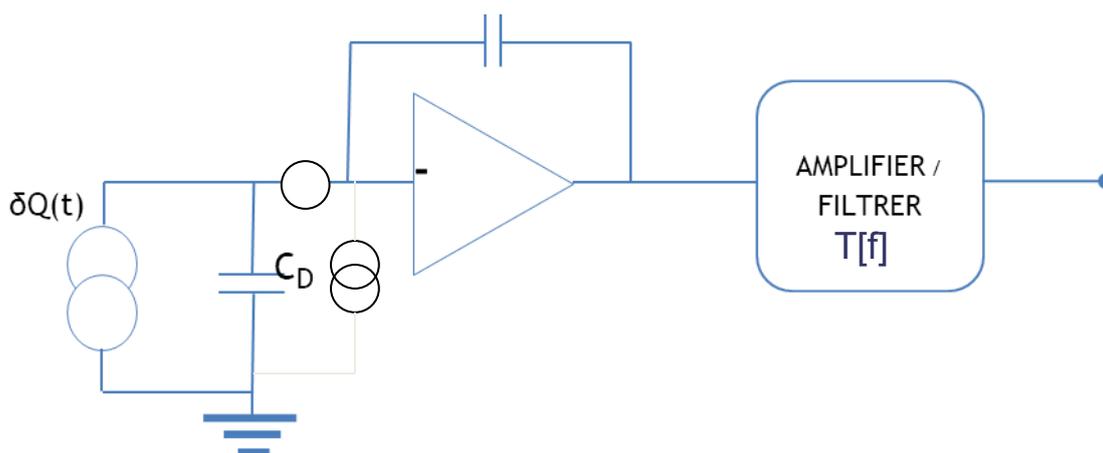
$$SNR = \frac{Q_{in}}{V_n(C_d + C_i)}$$

On constate donc que SNR augmente si $(C_d + C_i)$ diminue. On constate également que SNR est dépendant de la charge mesurée qui est une inconnue. Dans notre application, SNR est une voie sans issue pour optimiser la chaîne électronique. On préfère donc utiliser un autre paramètre indépendant de la charge à mesurer : la charge équivalente de bruit (Equivalent Noise Charge ENC) :

ENC \rightarrow SNR = 1 donc, ENC = $V_n(C_d + C_i)$ exprimé en e^-_{rms} (electron rms). Une formule générale suivant la chaîne électronique est :

$$ENC = \frac{[V_n^2]^{1/2}}{V_{signal} q} \text{ exprimé en } e^-_{rms}$$

Dans le cas réel, on peut définir une électronique frontale suivant le schéma ci-dessous. A et b représente respectivement le bruit en tension et le bruit en courant de la chaîne ramenée en entrée du circuit. On peut imaginer que le signal provenant du détecteur est un signal de Dirac d'amplitude maximale Q.



Le signal en sortie de chaîne s'écrit donc :

$$V_s(t) = L^{-1} \left\{ \frac{Q \cdot A}{s(C_d + C_i)} \cdot T(s) \right\} \text{ avec } L^{-1} : \text{ Transformée de Laplace inverse}$$

On peut considérer $V_{max} = Q \cdot MAX[V_s(t)]$

Le bruit RMS en sortie est évalué suivant l'intégration dans le domaine fréquentiel :

$$[V_n^2] = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} N(w) \cdot |T(w)|^2 \cdot dw \right]^{1/2}$$

Appliqué au circuit frontal, nous obtenons :

$$[V_n^2] = \left[\frac{1}{2\pi} A^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \left(a + \frac{b}{w^2(C_d + C_i)^2} \right) \cdot |T(w)|^2 \cdot dw \right]^{1/2}$$

Le rapport signal sur bruit devient :

$$SNR = \frac{\frac{Q \cdot A}{C_d + C_i} \cdot \text{MAX} \left\{ L^{-1} \left[\frac{T(s)}{s} \right] \right\}}{\left[\frac{1}{2\pi} A^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \left(a + \frac{b}{w^2 (C_d + C_i)^2} \right) \cdot |T(w)|^2 \cdot dw \right]^{1/2}}$$

Ce rapport ne rend pas compte du bruit intrinsèque du système puisqu'il dépend de la charge mesurée. On utilise alors la notion de charge équivalente de bruit :

$$ENC = \frac{\left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(a(C_d + C_i)^2 + \frac{b}{w^2} \right) \cdot |T(w)|^2 \cdot dw \right]^{1/2}}{\text{MAX} \left\{ L^{-1} \left[\frac{T(s)}{s} \right] \right\}}$$

L'objectif est de déterminer T(s) afin de minimiser ENC.

VIII.2.2 Domaine fréquentiel

Avec les outils statistiques vus précédemment, nous savons qu'un signal aléatoire est caractérisé par sa valeur moyenne et sa matrice de covariance :

- $m(t) = E[V(t)]$
- $c(t, \tau) = E[X^0(t)X^0(\tau)]$
- ainsi, quand $t = \tau$; $c(t, t) = E(X^0(t)^2) = \sigma^2(t) = \text{variance de } X(t)$

Dans le cas d'un signal aléatoire, stationnaire et ergodique, la variance est aussi la puissance du signal, fonction d'autocorrélation du signal:

$$P = \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{2T_1} \int_{-T_1}^{T_1} V^2(t) \cdot dt = \text{Variance}$$

Avec l'aide du théorème de Wiener-Khintchine, nous savons que la densité spectrale de puissance de $v(t)$, $\Phi(t)$ est la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation $\varphi(t)$ du signal.

$$\lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{2T_1} \int_{-T_1}^{T_1} V^2(t) \cdot dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(w) \cdot dw$$

Cette relation est importante car elle permet de modéliser l'ensemble des sources de bruit dans le domaine fréquentiel. Cet outil permet de comprendre la répartition de l'énergie du bruit et de pouvoir le filtrer optimisant le rapport signal sur bruit.

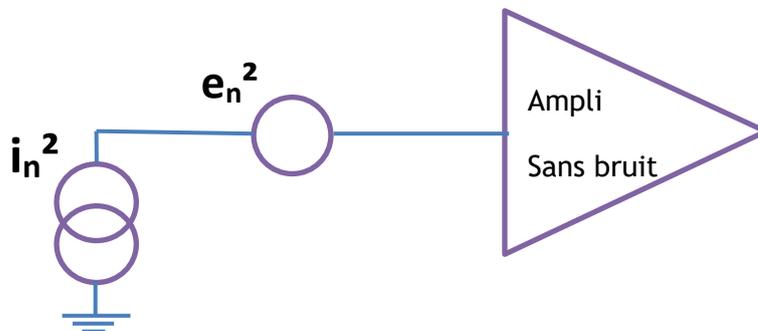
Il y a d'autres outils pouvant être utile pour l'analyse des circuits :

- Température du bruit
- Bande passante de bruit

Quelle type d'analyse utiliser ? Dans le domaine de la mesure, l'étude du bruit doit permettre d'évaluer la charge minimale détectable par le système. Pour cela, nous devons déterminer le bruit ramené en sortie du détecteur. Converti en charge, ce bruit correspondra à la charge équivalent injectée à travers la capacité du détecteur par un signal de Dirac. Si le système est invariant temporellement, il est plus simple d'utiliser les modèles de bruit en fréquence, densité de puissance de bruit car les lois additives à travers les fonctions de transfert de la chaîne de mesure. Mais attention, si le système est variant dans le temps ; par exemple, dans un système à capacité commuté, l'analyse en fréquence ne peut plus s'appliquer. Il faudra utiliser l'analyse temporelle (convolution, matrice de corrélation).

VIII.3. Modèle électronique du bruit

Pour chaque composant, on déterminera la nature du bruit pour extraire deux parties, la densité de puissance de bruit en tension e_n^2 et en courant i_n^2 . Le composant sera donc modélisé par son comportement idéal avec en entrée les stimuli e_n^2 et i_n^2 comme le montre la figure ci-dessous pour un amplificateur opérationnel.



Pour déterminer e_n^2 et i_n^2 , nous allons maintenant décrire l'ensemble des phénomènes physiques créant un signal non voulu, perturbant, interférant ou obscurcissant le signal désiré. Dans notre étude, nous prenons en considération uniquement les signaux, générateurs aléatoires résultants de la physique des composants. Le bruit fondamental n'est pas prédictible et ne peut pas être totalement éliminé. Mais il peut être manipulé ! En effet, il est la composition d'énergies d'amplitude et de phase aléatoire à différentes fréquences. En connaissant, la répartition de cette énergie dans le domaine fréquentiel, nous pouvons le filtrer et diminuer son importance dans le domaine temporel.

VIII.3.1 Bruit thermique (cas d'une résistance)

Le bruit thermique est le phénomène physique le plus rencontré dans les systèmes électroniques. Il est causé par l'agitation aléatoire des porteurs dans un conducteur et semi-conducteur. Ce déplacement est semblable à un déplacement Brownien des particules. A partir de l'étude du bruit Brownien, nous avons pu prédire le comportement du bruit thermique. Il a été observé pour la première fois par J.B Johnson (Bell Telephone Laboratory) en 1927 et son étude théorique a été réalisé par Nyquist en 1928.

Les charges dans un conducteur ont un déplacement aléatoire. Cette vibration est dépendant de la température. Comme chaque charge électronique, de valeur $q = 1,59 \cdot 10^{-19}$ C, est transporté par un porteur (électron ou ion), une multitude de petits courants nuls en moyenne est créée. Cette variation crée une tension instantanée à travers le conducteur. La puissance de cette source est :

$$Nt = kT\Delta f.$$

K : constante de boltzmann $1,38 \cdot 10^{28}$ W.s/K
 T : Temperature absolue
 Δf : Bande passante de bruit

La puissance maximale permise d'une source alimentant une résistance est lorsque la resistance de charge égale la resistance de source :

$$Nt = (Et/2)^2/R = Et^2/4R \text{ avec } Et \text{ tension de source}$$

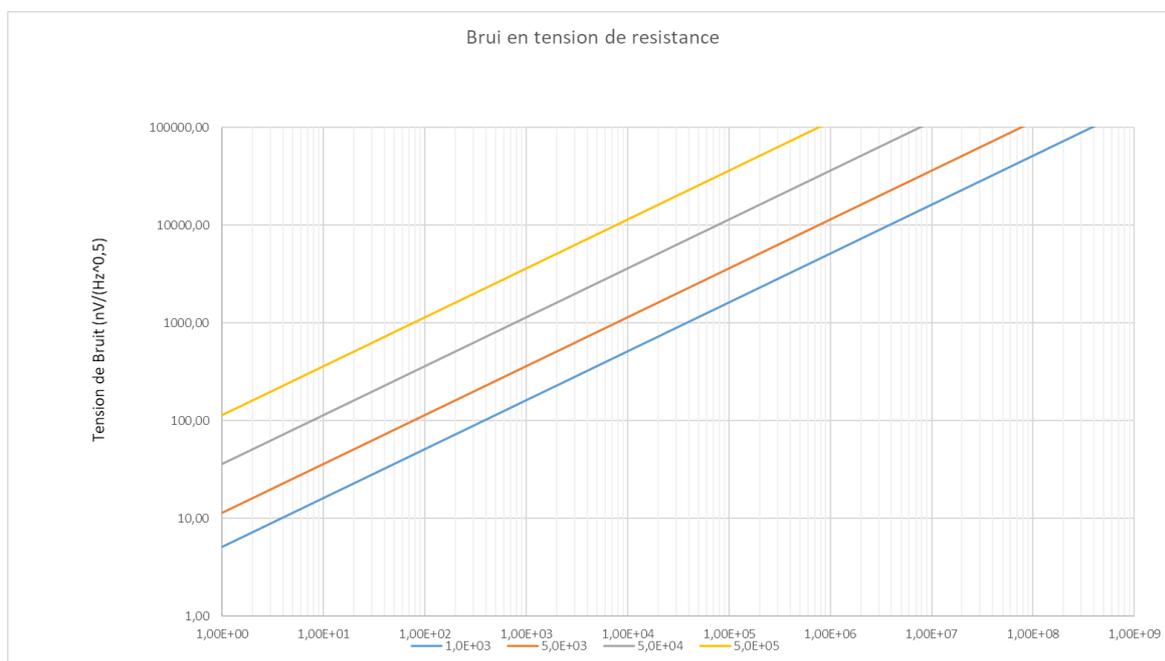
Ainsi,

$$kT\Delta f = Et^2 / 4R \text{ donc } Et^2 = 4kTR. \Delta f$$

Ainsi la tension de bruit dans une résistance est donc :

$$V_{n(rms)} = \sqrt{4kTR \cdot \Delta f}$$

Remarque : Le bruit thermique n'est défini uniquement par rapport à la valeur de la partie réelle dans le cas d'impédance complexe.



VIII.3.1.1. Bande passante de bruit :

La bande passante de bruit est la largeur d'un filtre rectangulaire qui possède la même aire et le même gain A_0 qu'un filtre normal avec en entrée un bruit blanc. Cela permet de simplifier les calculs du bruit dans la bande passante du circuit. Le calcul pour un filtre du premier ordre est :

1/ Fonction de transfert du filtre :

$$|A(f)| = \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2} \right)^2$$

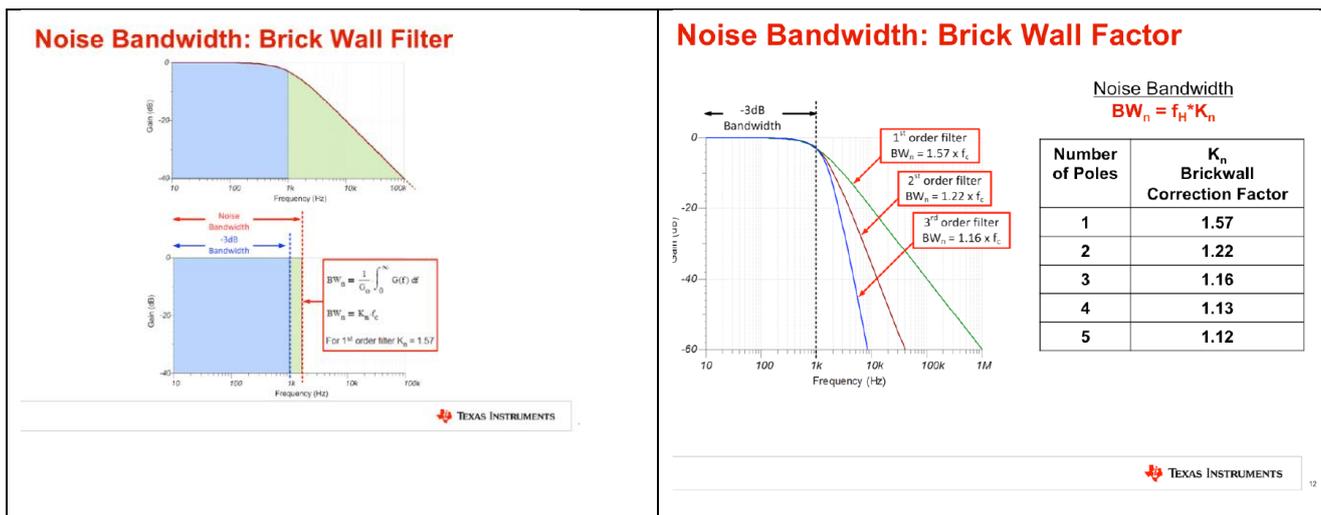
2/Entrée bruit blanc :

$$V_{ni}(f) = V_{wn}$$

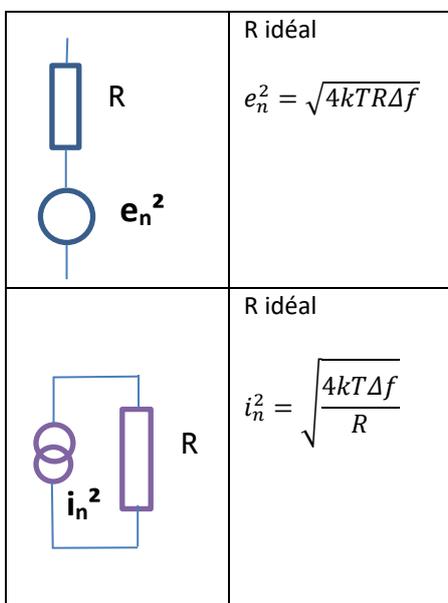
3/Calcul du bruit en sortie :

$$V_{no(rms)}^2 = \int_0^\infty \frac{V_{wn}^2}{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2} df = V_{wn}^2 f_0 \arctan\left(\frac{f}{f_0}\right) \Big|_0^\infty = \frac{V_{wn}^2 \pi f_0}{2}$$

Ainsi, la bande passante de bruit d'un bruit blanc pour un filtre du 1^{er} ordre à -3dB égale $\frac{\pi f_0}{2}$. Il est donc facile de calculer le bruit en sortie d'un filtre en multipliant la densité de puissance de bruit par $\frac{\pi f_0}{2}$. Dans le cas de filtres d'ordres plus élevés, il suffit de reprendre les calculs avec la fonction de transfert adéquate.



VIII.3.1.2. Circuits équivalents de bruit thermique :



En plus du bruit thermique dans une résistance, le matériau avec lequel est réalisée la résistance peut engendrer un bruit supplémentaire, appelé bruit d'excès. Il s'agit d'un effet de granularité du matériau sur le déplacement des charges comme avec le carbone. Le courant ne se déplace pas uniformément et engendre des arcs électriques entre molécules. Le courant de bruit augmente comme la racine carrée de l'inverse de la fréquence.

VIII.3.2 Bruit basse fréquence

Ce type de bruit apparaît aux basses fréquences et n'a pas de limites fréquentielles. Firlé et Winston ont mesuré ce bruit en $1/f$ jusqu'à $6 \cdot 10^{-5}$ Hz. Il a été identifié en premier lieu dans les tubes à vide et a été nommé « flicker noise ». Il possède plusieurs noms comme bruit d'excès, bruit rose, bruit semi-conducteur, bruit basse fréquence et bruit de contact. Le terme « bruit rouge » s'applique au bruit en $1/f^2$.

La puissance de bruit suit généralement une loi en $1/f^\alpha$ avec α compris entre 0,8 et 1.3. La cause principale de ce bruit dans les semi-conducteur est dû à l'état de surface du matériau. La génération et la recombinaison des porteurs en surface et la densité des états de surface sont des facteurs importants.

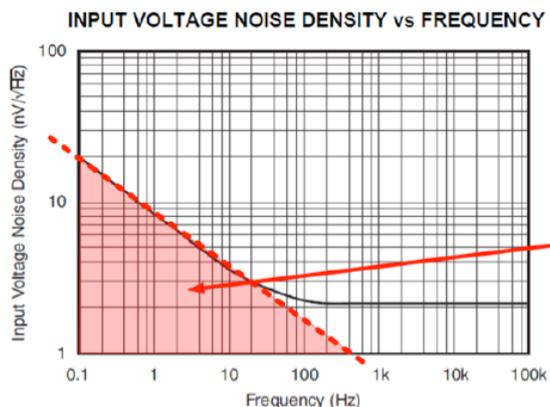
La densité de puissance de bruit est modélisée par $\frac{dNt}{df} = K_1 \frac{1}{f}$. Le bruit total sur une bande de fréquence $\Delta f = f_h - f_l$ est :

$$\int_{f_l}^{f_h} K_1 \frac{df}{f} = K_1 \cdot \ln\left(\frac{f_h}{f_l}\right) = K_1 \cdot \ln\left(1 + \frac{\Delta f}{f_l}\right) \approx K_1 \frac{\Delta f}{f}$$

Ainsi, le modèle de DSP de bruit est :

$$S(f) = \frac{K_1}{f} \text{ V}^2/\text{Hz}$$

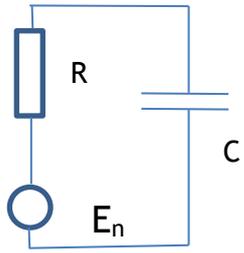
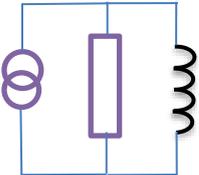
Different Regions: 1/f or Flicker



$$e_{f_norm} = e_{at_f} \sqrt{f_0}$$

$$E_{n_flicker} = e_{f_norm} \cdot \sqrt{\ln\left(\frac{f_H}{f_L}\right)}$$

VIII.3.3 Bruit dans une capacité et une inductance

	$e_{t_{no}} = e_t \cdot \left \frac{-jX_c}{R - jX_c} \right = \frac{e_t}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$ $e_{t_{no}}^2 = \frac{4kTR\Delta f}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$ $\int_0^\infty [e_{t_{no}}^2(f)] \cdot df = \frac{kT}{C}$
	<p>De la même façon :</p> $I_{no(rms)}^2 = \frac{kT}{L}$

Ce bruit est négligeable sauf dans les montage où R est la résistance d'un interrupteur. C'est utilisé dans les montage à capacités commutées ou les échantillonneurs des ADC.

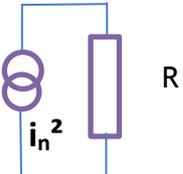
VIII.3.4 Bruit dans une diode

Le courant traversant un composant n'est pas un mécanisme doux et continu mais plutôt la somme d'impulsions de courant causé par le flux de porteur transportant une charge, un bruit appelé bruit de grenaille ou « shot noise » apparaît. Ce phénomène est observé dans les composants ayant une barrière de potentiel type diode.

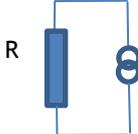
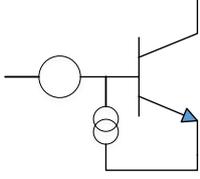
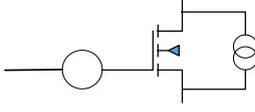
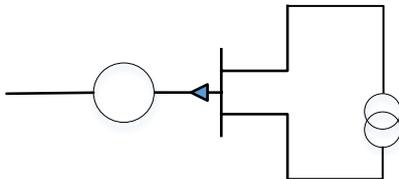
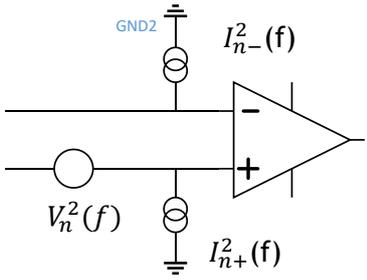
La DSP de bruit en courant est :

$$\frac{dI_{sh}^2}{df} = 2qI_{dc}$$

Son schéma équivalent est :

	$R = \frac{kT}{qI_{dc}}$ $I_{sh} = \sqrt{2qI_{dc}\Delta f}$
---	---

VIII.3.5 Schéma équivalent pour l'ensemble des composants électroniques

Composants	Modèles de bruit	
Résistance	 R (sans bruit)  $V_R^2(f) = 4KTR$	 $I_R^2(f) = \frac{4kT}{R}$ (sans bruit)
Diode	 $R_d = \frac{kT}{qI_D}$  $V_d^2(f) = 2kTR_d$	 $I_d^2(f) = 2qI_D$
Transistor bipolaire	 Sans Bruit	$V_i^2(f) = 4kT \left(r_b + \frac{1}{2g_m} \right)$ $I_i^2(f) = 2q \left(I_B + \frac{kI_B}{f} + \frac{I_c}{ \beta(f) ^2} \right)$
Transistor MOS		$V_g^2(f) = \frac{k}{WLC_{ox}f}$ $I_d^2(f) = 4kT \left(\frac{2}{3} \right) g_m$
Transistor JFET		$V_i^2(f) = 4kT \left(r_b + \frac{2}{3g_m} \right)$ $I_i^2(f) = 2q \left(\frac{kI_{DS}}{f} + \frac{k'I_{ds}}{f^2} \right)$
Ampli opérationnel	 <p>Les valeurs dépendent des amplis Les DSP de bruit ne sont pas corrélées</p>	

VIII.4. Analyse en bruit de montages classiques

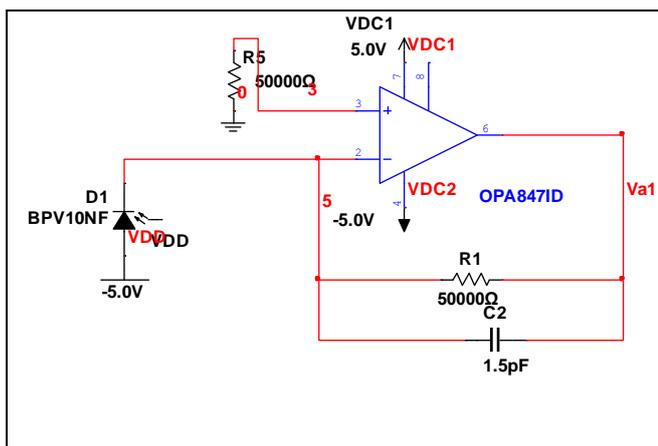
VIII.4.1 Amplificateur en courant

Quand il s'agit de lire des détecteurs monovoies et que la résolution attendue est de l'ordre de 10%, on préconise l'utilisation d'un amplificateur en courant qui conserve la forme du signal du détecteur.

La société Analog device a même mis en ligne une calculette pour dimensionner ce type d'amplificateur utilisé pour la lecture de photodiode, APD et SiPM :

<http://www.analog.com/designtools/en/photodiode/>

Le montage ci-dessous utilise un amplificateur operationnel OPA847 à large gain-bande passante (3,9GHz) et à faible bruit.



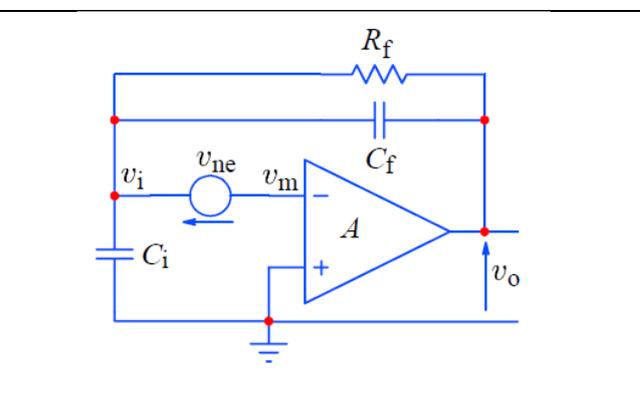
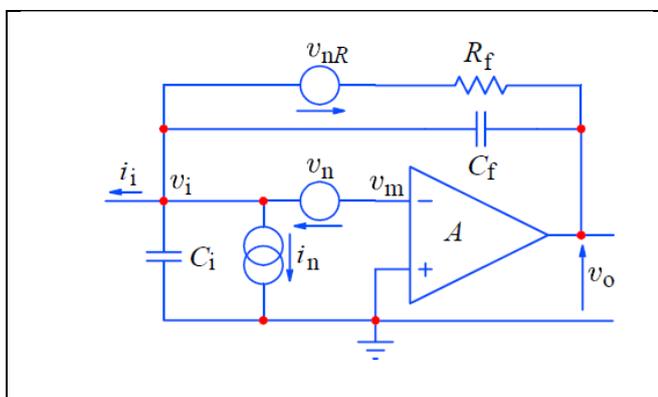
En considérant les fréquences moyennes (néglige l'effet de C2):

$$V_{a1} = -R_f \cdot i_D \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{A(f)}} \right) = -R_f \cdot i_D$$

$$\text{avec } R_f = R_1$$

$$Z_{in} = \frac{R_f}{1 + A(f)}$$

Réalisons l'étude théorique en bruit du montage :

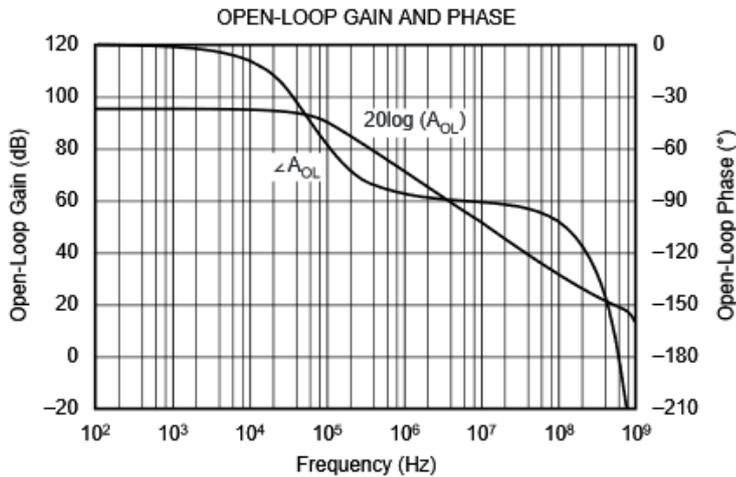


On doit calculer le bruit en sortie pour V_n , I_n et V_{nR} . Le premier travail est de définir le modèle de bruit de l'AOP OPA847 en étudiant ses caractéristiques :

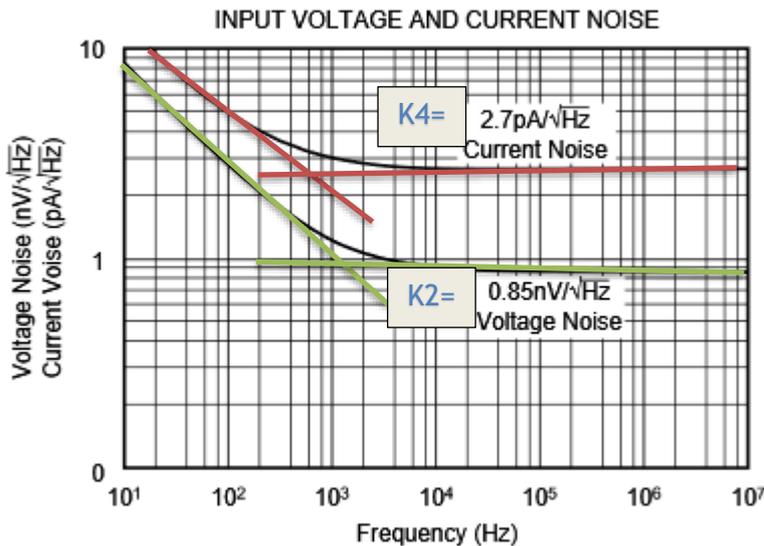
DAQ: du détecteur à la mesure

- Gain-BP : 3.9GHz
- Input voltage noise : 0.85nV/√Hz
- Input current noise : 2.7 pA/√Hz

Mais il faut considérer plutôt les courbes de bruits du document :



Le gain en boucle ouverte est estimé à 92dB pour $f_c=10^5$ Hz.



On doit donc modéliser le bruit suivant le modèle :

$$\int_{f_l}^{f_h} K_1 \frac{df}{f} = K_1 \cdot \ln\left(\frac{f_h}{f_l}\right)$$

Sur la bande f_h-f_l :

- ➔ 850Hz pour I_n
- ➔ 1kHz pour V_n

On déterminera K_{1I} et K_{1V} .

Calcul de K_{1I} :

On prendra K_{1I} égal à un bruit normalisé suivant une pente en $1/\sqrt{f}$ à une fréquence donnée. On mesurera le bruit à différentes fréquences, puis nous calculerons le bruit normalisé déterminant ainsi $K_{1I} = v_{\text{à-}f_0} \cdot \sqrt{f_0}$

DAQ: du détecteur à la mesure

Fréquence	Valeur de bruit	Bruit normalisé
20 Hz	9.5pA/√Hz	9.5.√20 = 42.48pA
100 Hz	4.2pA/√Hz	4.2. √100 =42 pA

On prendra K1I = 42 pA/√Hz

Calcul de K1V :

Fréquence	Valeur de bruit	Bruit normalisé
10 Hz	8.5nV/√Hz	8.5.√10 = 26.87nV
100 Hz	2.6nV/√Hz	2.6. √100 =26 nV

On prendra K1V = 26 nV/√Hz

On peut à présent considérer les trois sources de bruit du montage et calculer le bruit en sortie :

Calcul de vo associé à vn :

$$v_{o1} = v_n \cdot \frac{1}{\beta} \text{ avec } \beta \text{ gain de contre - réaction}$$

$$\frac{1}{\beta} = \frac{1 + R_f(C_f + C_i)p}{1 + R_f C_f p} = \frac{1 + T_i p}{1 + T_f p}$$

Aux basses fréquences : $\frac{1}{\beta} = 1$

Aux hautes fréquences : $\frac{1}{\beta} = 1 + \frac{C_i}{C_f}$

A.N : Ci=380pF ; Cf = 2pF ; Rf = 50kOhms

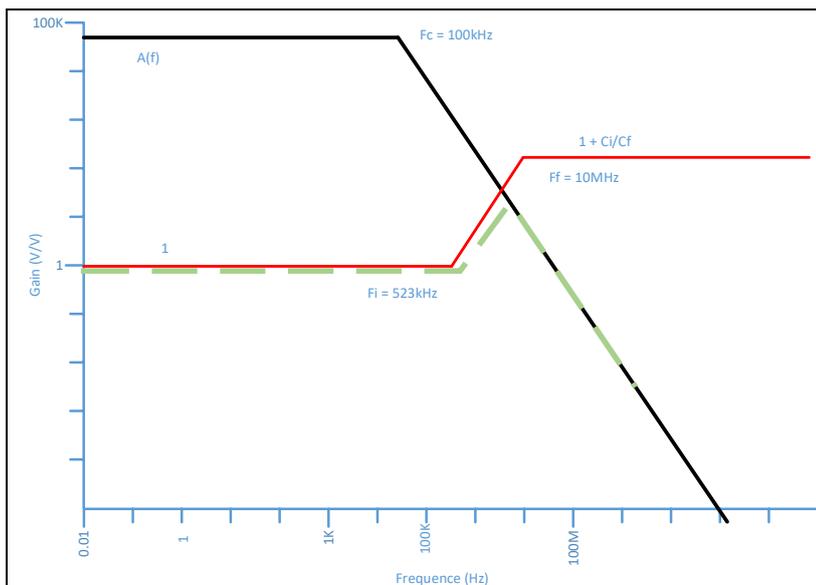
Ti = 19.1 μs soit Fi = 523 kHz

Tf = 100 ns soit Ff = 10 MHz

$$\frac{1}{\beta} = 1 + \frac{C_i}{C_f} = \frac{382}{2} = 191$$

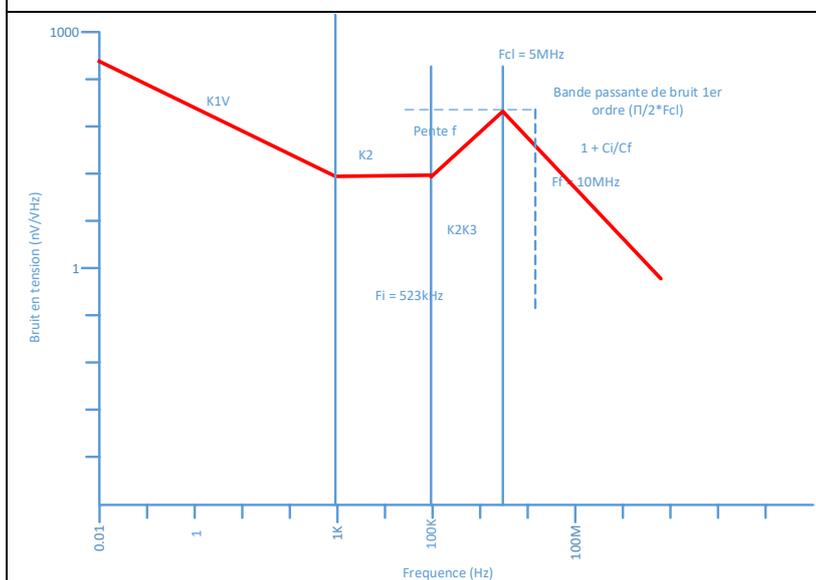
On peut donc estimer la densité spectrale de bruit en tension à la sortie comme la convolution du gain en tension et de la densité spectrale de bruit de vn :

DAQ: du détecteur à la mesure



Le gain en tension a une valeur de 1 jusqu'à F_i , puis une pente de 20dB/de cet un plateau de gain $(1+C_i/C_f)$. Mais le gain en boucle ouverte de l'OPA847 limite le plateau et vient couper la bande à $F_{c1} = 5\text{MHz}$.

Il suffit à présent de multiplier la courbe de gain en tension avec la densité spectrale de bruit en tension pour obtenir la densité spectrale de bruit issus de v_n . L'intégration suivant la fréquence donnera la valeur du bruit en sortie issus de v_n .



Le calcul du bruit se fait par partie :

1. $\text{Hz} < f < 1 \text{ KHz}$, le bruit est un bruit en $1/f$
2. $\text{kHz} < f < 523 \text{ kHz}$, le bruit est de nature thermique
3. $523 \text{ kHz} < f < 5 \text{ MHz}$, le bruit augmente dû aux réseau R_f, C_f, C_i . $K_3 = 19.1E-6$
4. La région se termine par la fréquence de coupure issus de l'intersection du gain $1/\beta$ et $A(f)$. On ajoutera donc le coefficient de la bande passante de bruit d'un filtre du 1er Ordre sous $(\pi/2)F_{c1}$.

$$\text{Bruit en } 1/f ; 0.01 \text{ Hz} < f < 1 \text{ KHz} : V_{on1} = K_{1V} \cdot \sqrt{\ln\left(\frac{f_h}{f_l}\right)} = 26 \frac{nV}{\sqrt{\text{Hz}}} \cdot \sqrt{\ln\left(\frac{1000}{0.01}\right)} = 88.22 \text{ nV}$$

$$\text{Bruit thermique ; } 1 \text{ kHz} < f < 523 \text{ kHz} : V_{on2} = K_2 \cdot \sqrt{(f_h - f_l)} = 0.85 \frac{nV}{\sqrt{\text{Hz}}} \cdot \sqrt{523000 - 1000} = 614.12 \text{ nV}$$

$$\text{Région } 523 \text{ kHz} < f < 5 \text{ MHz} : V_{on3} = K_2 \cdot K_3 \cdot \sqrt{\frac{\left(\left(\frac{\pi}{2}\right) f_h\right)^3}{3} - \frac{f_l^3}{3}} = 0.85 \frac{nV}{\sqrt{\text{Hz}}} \cdot 19.1E-6 \cdot \sqrt{\frac{7850000^3}{3} - \frac{523000^3}{3}}$$

$$V_{on3} = 20.6125 \mu\text{V}$$

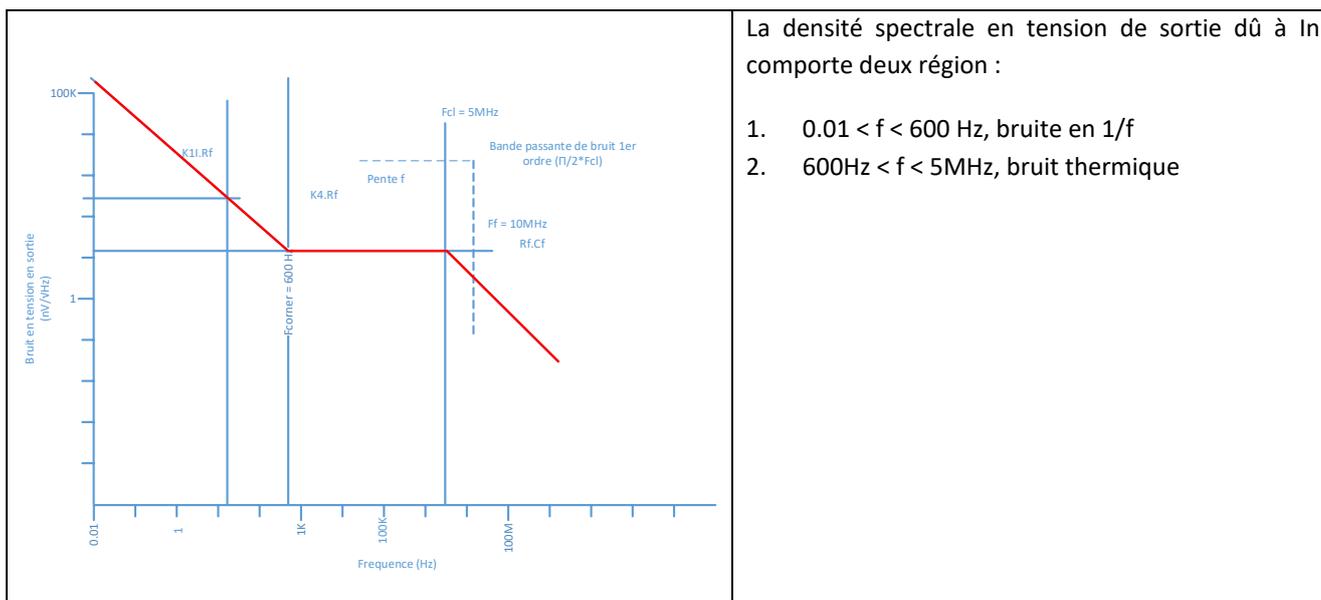
Calcul de v_o associé à \ln :

La tension de bruit en sortie issus du brut en courant en entrée est :

$$V_{oin} = i_n x \frac{R_f}{1 + R_f \cdot C_f \cdot p}$$

DAQ: du détecteur à la mesure

La densité spectrale de bruit est donnée ci-dessous :



La densité spectrale en tension de sortie dû à In comporte deux région :

1. $0.01 < f < 600 \text{ Hz}$, bruit en $1/f$
2. $600\text{Hz} < f < 5\text{MHz}$, bruit thermique

$$\text{Bruit en } 1/f : 0.01 < f < 600 \text{ Hz} : V_{oin1} = \frac{42\text{pA}}{\sqrt{\text{Hz}}} \cdot 50000 \cdot \sqrt{\ln\left(\frac{600}{0.01}\right)} = 6.9 \mu\text{V}$$

$$\text{Bruit thermique} : 600 \text{ Hz} < f < 5 \text{ MHz} : V_{oin2} = \frac{2.7\text{pA}}{\sqrt{\text{Hz}}} \cdot 50000 \cdot \sqrt{\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot 5\text{MHz} - 600} = 378.2 \mu\text{V}$$

Il nous reste à calculer le bruit dû à R_f sur la bande passante $(\pi/2) \cdot 5\text{MHz}$ à 300°K :

$$V_{orf} = \sqrt{4kTR_f\Delta f} = \sqrt{4 \times 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot 50000 \cdot (1.57 \cdot 5000000)} = 80.6 \mu\text{V}$$

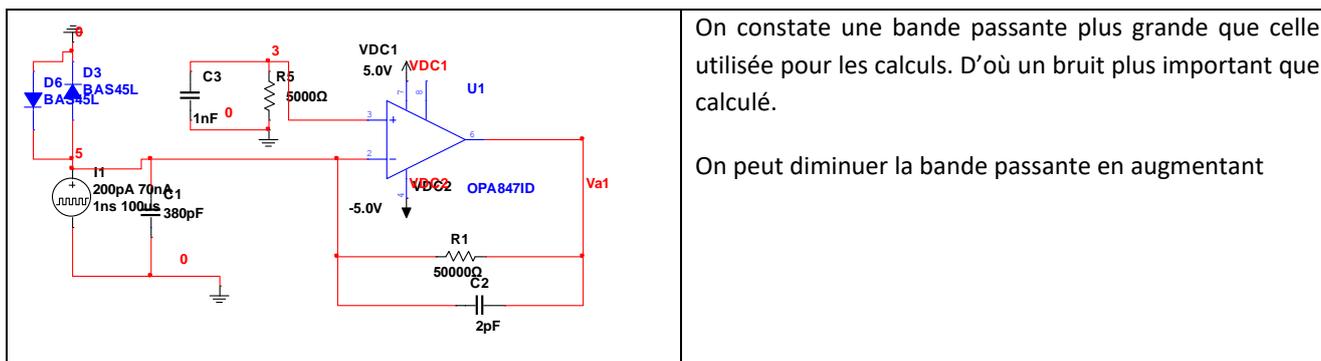
Le bruit total est :

$$V_o = \sqrt{V_{on1}^2 + V_{on2}^2 + V_{on3}^2 + V_{oin1}^2 + V_{oin2}^2 + V_{orf}^2}$$

$$V_o = 387.3 \mu\text{V}$$

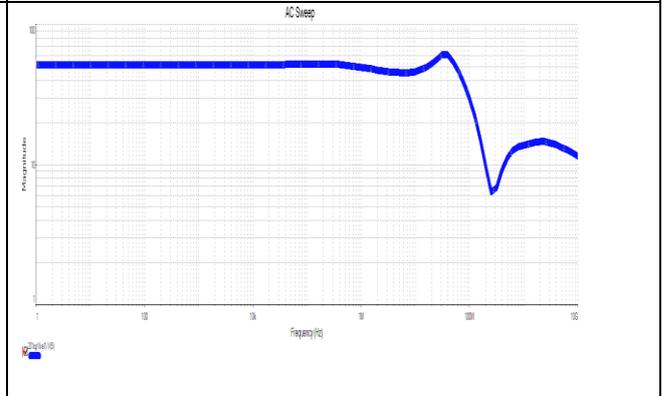
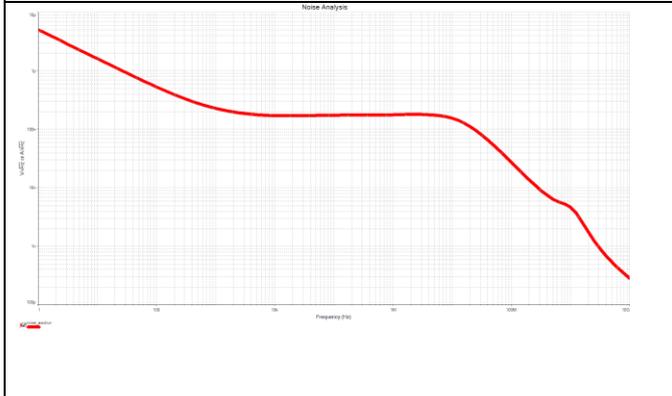
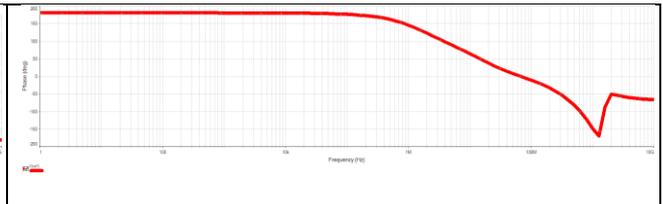
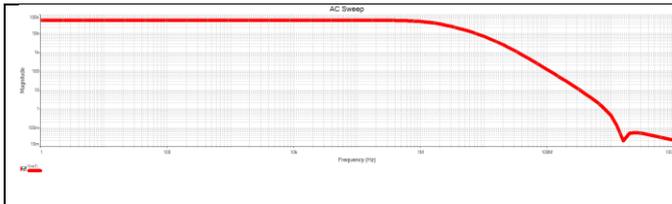
Le bruit dominant est dû au bruit en courant de l'amplificateur et de la valeur de la résistance de contre-réaction. Celle-ci est définie par rapport au gain désiré.

On peut considérer la simulation par SPICE (dans notre cas la version d'évaluation de MultiSim).



On constate une bande passante plus grande que celle utilisée pour les calculs. D'où un bruit plus important que calculé.

On peut diminuer la bande passante en augmentant



Densité Spectrale de bruit en tension en sortie

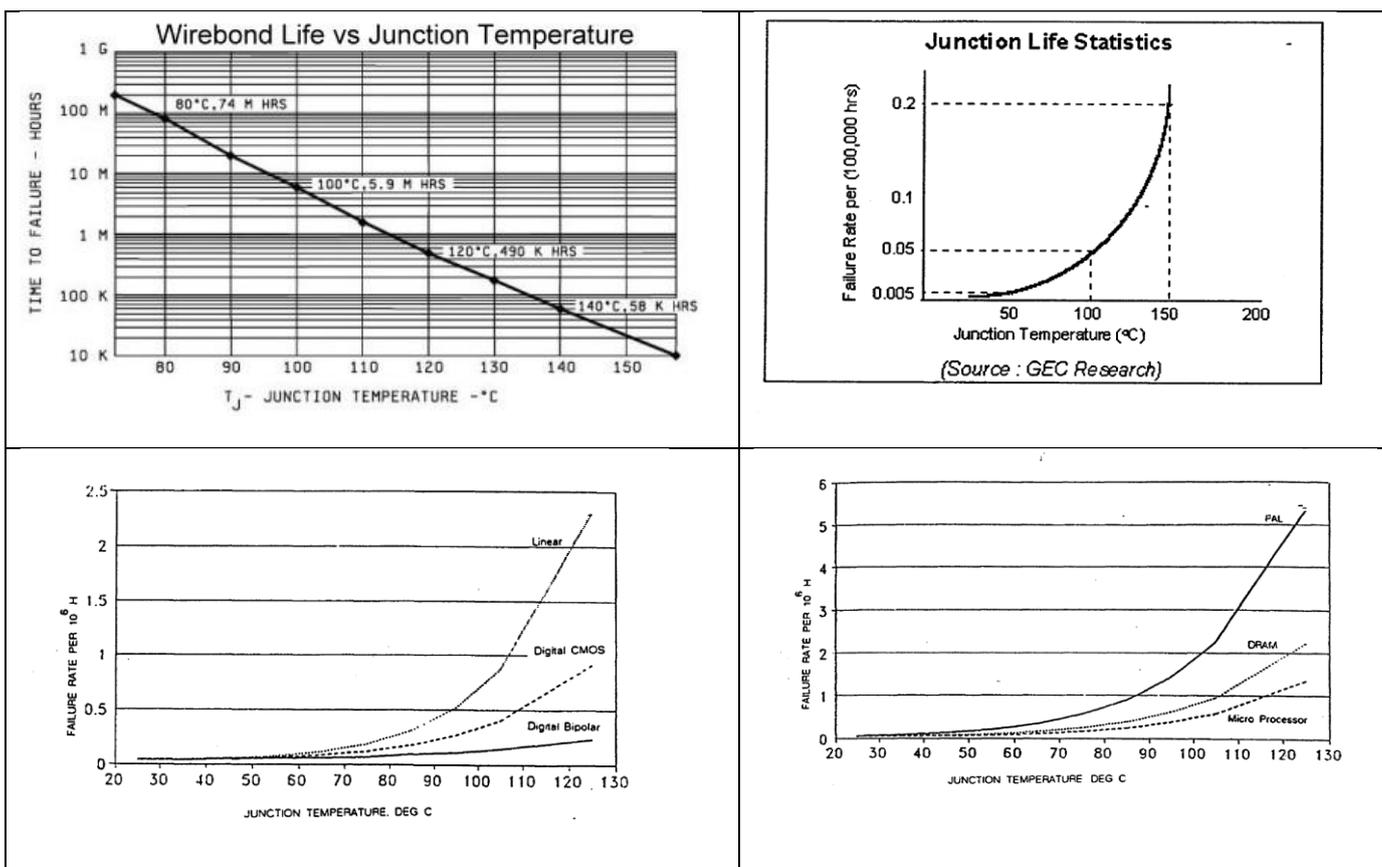
Gain en tension

IX. Dissipation thermique dans les systèmes d'acquisitions

IX.1. Problématique

En tant que concepteur électronique, nous devons également étudier les effets du système dans son environnement pour optimiser la robustesse de l'instrument. Dans la grande majorité des produits d'instrumentations pour les expériences de physique, la consommation est relativement faible. Alors pourquoi devoir étudier la dissipation thermique de l'instrument ? Nous le devons quand l'endroit où est intégré le système électronique est particulier, c'est-à-dire hors d'un tiroir industriel, hors d'un lieu accessible facilement, dans des environnements particuliers. Par exemple, il est nécessaire de comprendre les chemins de transport des calories quand une partie du système est embarqué, non accessible sur le long terme et/ou dans le vide.

Une autre contrainte concerne la fiabilité des systèmes. En effet, la fiabilité des instruments est liée à la température de fonctionnement des composants. Les courbes ci-dessous montrent que quel que soit le type de composants, une température faible améliore exponentiellement le MTBF des composants. La conclusion importante est que si la température de jonction est inférieure à 50°C, le taux de panne des composants devient négligeable.



Si nous ne voulons pas étudier la fiabilité d'un système, il suffit donc de contraindre la température des composants en dessous de 50°C. C'est par exemple, la contrainte exigée pour l'électronique de l'expérience de Juno que nous étudierons en fin de chapitre.

Nous allons donc dans un premier temps comprendre le transfert thermique, puis donner des modèles mathématiques des phénomènes et ensuite l'appliquer aux composants et cartes électronique. En dernier lieu, nous appliquerons ces connaissances à un cas d'école.

IX.2. Les phénomènes thermiques

Le transfert thermique se fait toujours du chaud vers le froid, de la température la plus élevée vers la température la plus froide. Le transfert correspond à un transfert d'énergie appelé « Chaleur ». La chaleur est une énergie exprimée en Joule et est noté Q. Ainsi, chaque source de chaleur possède une énergie et une température. La température est la mesure de l'énergie du mouvement. Ainsi, plus la température est élevée, plus les molécules ont une vitesse élevée et donc se déplacent dans une zone étendue (quand cela est possible).

Comment se fait le déplacement de cette énergie thermique ? Il y a trois façons de transférer la chaleur :

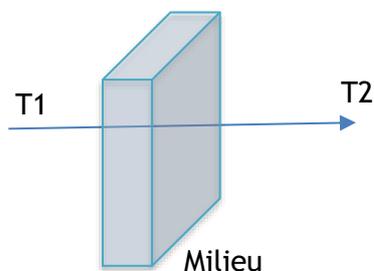
- La conduction à l'intérieur de matériau solide
- La convection dans un gaz ou un fluide (Poussée d'Archimède)
- Le rayonnement (ondes Electromagnétiques dans l'infrarouge)

IX.2.1 Modèle de base

L'énergie est une puissance multipliée par une durée. Cette puissance divisée par une surface permet de définir une densité de flux thermique, notée φ :

$$\text{Energie} = \text{Puissance} \times \Delta t$$

$$\text{Joule} = \text{Watt} \times \text{second}$$

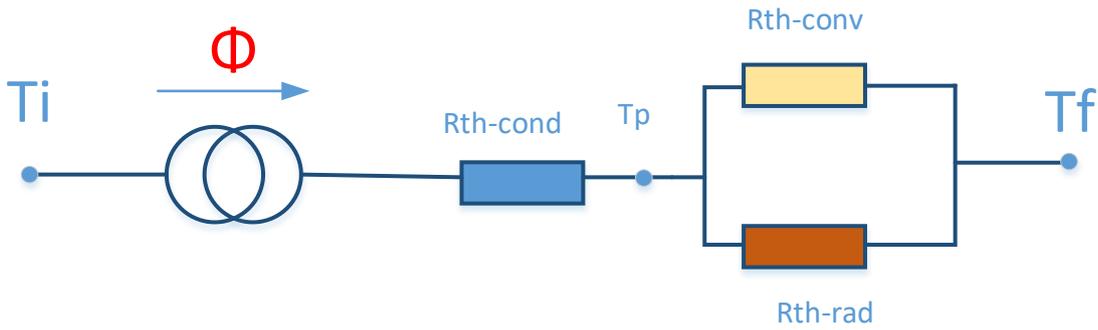


$$\varphi = \frac{P}{S}$$
$$\frac{W}{m^2}$$

Le flux thermique est engendré par une différence de température. Il y a proportionnalité entre ce gradient de température et le flux thermique. Ce coefficient est appelé Résistance Thermique. Il dépend de plusieurs paramètres selon la nature du transfert (Conduction, Radiation ou Convection).

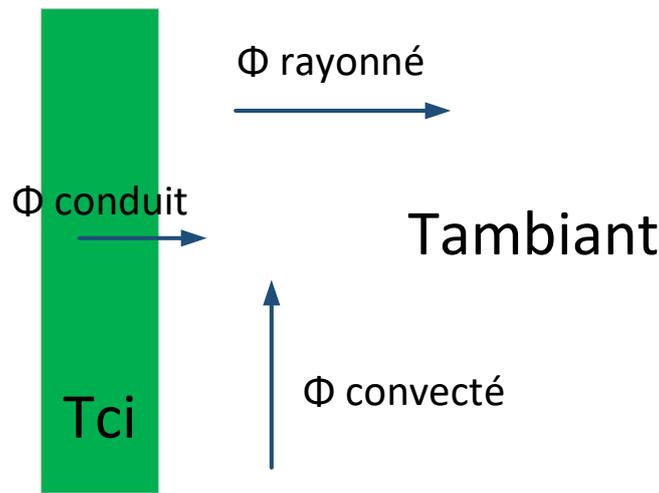
Ainsi le modèle de base est représenté ci-dessous :

$$T_f - T_i = R_{th} \times \phi$$



$$R_{th} = R_{th-cond} + (R_{th-conv} // R_{th-rad})$$

Ainsi, ce modèle simpliste permet de représenter la situation d'une carte électronique à l'air :



L'objectif de l'étude thermique est de définir les flux thermiques, les résistances thermiques et de déterminer la température du système par rapport à une température de référence.

IX.2.2 Définition de la conduction

C'est le transfert thermique réalisé au niveau des molécules et des atomes. C'est la transmission de proche en proche de l'agitation thermique. C'est pour cela que l'on applique la conduction qu'à des solides dans la plupart des cas.

La conduction obéit à la loi de Fourier.

En considérant que le régime thermique est stationnaire (Température établie), que le flux thermique est unidirectionnel, et que la conductivité thermique est constante en tout point, la modélisation de la résistance thermique et de la variation de température dans le matériau est simplifiée par les équations ci-dessous :

$$T = T_1 + \frac{x - x_1}{e} (T_2 - T_1)$$

Le flux thermique est :

$$\phi = \frac{\lambda S}{e} (T_1 - T_2)$$

Au final, la résistance thermique de conduction s'exprime comme :

$$R_{th-cond} = \frac{e}{\lambda S}$$

Avec :

S : surface d'échange entre T2 et T1

e : épaisseur du matériau

λ : conductivité du matériau

Ainsi, pour calculer les résistances thermiques de conduction, il faut connaître λ et la géométrie du matériau.

Matériaux	Conductivité Thermique (W/m.K) à 20°C
Aluminium 606 T5 (dissipateur thermique)	200
Carbone	129
Cuivre	390
Etain	66.6
Fer	80
Fonte	100
Laiton	121
Plomb	35
Zinc	117
Silicium	145 à 154
Silicium Dopé	100
Air	0.0257
Epoxy FR4	0.10
Kapton	0.45
Mylar	0.2
Teflon	0.2
Verre (composant)	0.7 à 1.4
Plastic	0,7
Die	2,4
Soudure	57,3
Bonding	50

IX.2.3 Convection

C'est le transfert thermique dû au mouvement d'une partie d'un système par rapport à un autre système. C'est un phénomène macroscopique du phénomène de conduction élémentaire. Il ne s'applique donc qu'aux systèmes se mouvant comme un gaz ou un liquide. La convection thermique obéit à la loi de Newton :

$$\phi_{p \rightarrow f} = h \cdot S \cdot (T_p - T_f)$$

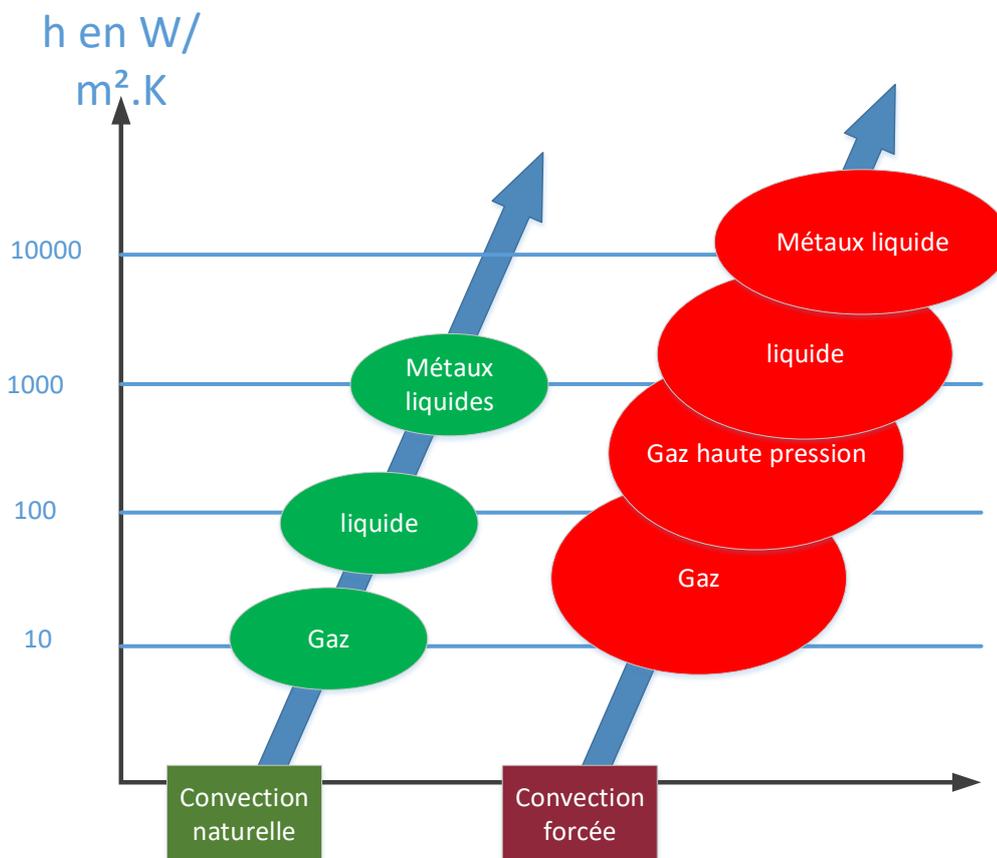
Le coefficient **h** représente le coefficient d'échange convectif entre la paroi du solide et le fluide soit gazeux, soit liquide. Son calcul permettra de calculer les températures du système. Nous voyons qu'il existe une résistance thermique de convection **R_{th}=1/hS** qui permet de calculer le transfert thermique entre plusieurs matériaux selon l'analogie avec les lois de Kirchhoff.

On peut à présent définir les différents types de convection :

- Convection naturelle quand le mouvement n'est induit que par une différence de température dans le fluide.
- Convection forcée quand le mouvement est induit par des forces extérieures comme un ventilateur ou une pompe.

Le fluide peut être gazeux ou liquide. On utilise donc la mécanique des fluides et les équations sans dimensions définies expérimentalement.

Le problème majeur est donc le calcul de h qui dépend de la caractéristique du fluide, de la nature de l'écoulement (laminaire ou turbulent), de la température et de la géométrie de la surface d'échange.



Pour cela, on utilise les formules suivantes selon le type de convection :

IX.2.3.1. Convection naturelle

Le modèle mathématique de h est :

$$h = (\lambda/L). A. Ra^\alpha$$

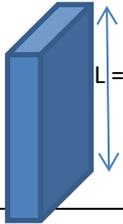
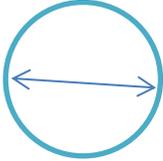
- avec λ : conductivité thermique du fluide
- L : dimension géométrique en mètre
- A et α : constante dépendant de la géométrie
- Ra : nombre de Rayleigh

$$Ra = \frac{[g \cdot \beta L^3 (T_p - T_f)]}{a \cdot \nu}$$

- Avec g : accélération de la pesanteur :9.81 m/s²
- β : coefficient d'expansion thermique
- a : diffusivité thermique du fluide (m²/s)
- ν : viscosité cinématique m²/s

a et ν sont fournies par des tableaux

La nature de la convection est définie par le nombre de Rayleigh, soit laminaire soit turbulent. Selon la disposition de la paroi (verticale ou horizontale), selon le côté chaud du solide, nous définissons L, Ra et trouvons A et α . Le tableau ci-dessous résume les calculs selon la disposition des parois.

Géométrie	Nombre de Rayleigh	A	α
 L = H	$< 10^9$	0.55 (0.59)	0.25
	$> 10^9$	0.13 (0.1)	0.333
 L = D	10^2 à 10^4	0.85	0.19
	10^4 à 10^7	0.48	0.25
	10^7 à 10^{12}	0.12	0.333
 L = L chaud	$< 10^7$	0.525	0.25
	$> 10^7$	0.14	0.333
 L = L chaud	$2 \cdot 10^5$ à 10^{10}	0.27	0.25

IX.2.3.2. Convection forcée

Le modèle mathématique est issu de la théorie de la mécanique des fluides. Il faudra distinguer la convection forcée interne et externe. H dépend du nombre de Nussel :

$$h = N_u \cdot \frac{\lambda}{L}$$

Le nombre de Nussel dépend de nombre de Reynolds et du nombre de Prandtl. $N_u = f(R_e, P_r)$.

Nombre de Reynolds :

$$R_e = \frac{V \cdot L \cdot \rho}{\mu} = \frac{V \cdot L}{\nu} \text{ et}$$

Nombre de Prandl :

$$P_r = \frac{\mu C_p}{\lambda} = \frac{\nu}{a}$$

Avec V : Vitesse du fluide (m/s)

L : Dimension du système (m)

ρ : masse volumique du fluide (kg/m.s)

μ : viscosité dynamique du fluide (m²/s)

ν : Viscosité cinématique du fluide (m²/s)

C_p : Chaleur massique du fluide (J/kg.K)

λ : conductivité thermique du fluide (W/m.K)

Le fluide devient turbulent si le nombre de Reynold est supérieur à une limite.

Convection forcée externe :

Plaque plane parallèle à l'écoulement	
Si $Re < 3 \cdot 10^5$, l'écoulement est laminaire	
$Nu_x = 0.33 \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \cdot Re_x^{\frac{1}{2}}$	
$Nu_L = 0.66 \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \cdot Re_L^{\frac{1}{2}}$	
Si $Re > 5 \cdot 10^5$, l'écoulement est turbulent	
$Nu_x = 0.029 \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \cdot Re_x^{\frac{4}{5}}$	
$Nu_L = 0.036 \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \cdot Re_L^{\frac{4}{5}}$	

C'est la disposition géométrique la plus utile dans notre domaine d'activité. D'autres modèles existent avec des géométries cylindriques. On peut trouver ces autres modèles sur internet.

Convection forcée interne :

Il s'agit de calculer h pour des écoulements dans des conduits. Selon le nombre de Reynold, l'écoulement est laminaire, turbulent ou intermédiaire. Pour chaque nature d'écoulement et les géométries du conduit, on a des modèles pour le nombre de Nussell. Les modèles peuvent être trouver sur le Web selon le cas d'utilisation.

IX.2.3.3. Refroidissement par eau

Au-delà des modèles mathématiques, nous avons souvent besoin de définir le débit d'eau lors d'un refroidissement par eau. On peut calculer simplement ce débit en tenant compte uniquement des propriétés de l'eau et de la puissance thermique à évacuer. C'est une méthode approximative qui permet de définir une maquette thermique. Le refroidissement par eau est utile lorsque l'électronique est mis dans le vide. En effet, dans el vide, la convection n'existe pas puisqu'il n'y a pas de fluide. Seul la conduction et le rayonnement sont disponible pour évacuer les calories. Une façon est d'utiliser un liquide (l'eau) pour refroidir l'électronique en apportant un point froid près de l'électronique.

Dans cette méthode, on néglige les pertes dues à l'interface tuyau/eau. Pour calculer le débit d'eau, on définit la puissance à dissiper, correspondant au flux de chaleur. Puis nous ferons une hypothèse sur la variation de température

DAQ: du détecteur à la mesure

entre l'entrée du fluide et la sortie. On calcule ainsi le volume d'eau nécessaire pour absorber le flux thermique de façon statique, comme de l'eau stagnante. On définira ensuite le débit d'eau.

Caractéristiques de l'eau :

Definition	Valeur
Masse volumique	1000 g/m ³
Chaleur de vaporisation	40.65 kJ/mol
Capacité thermique	4.181 J/g/°C
Conductivité thermique	0.605 W/m.K
Viscosité cinématique	8.9.10E7 m ² /s

Le flux thermique à évacuer dépend du débit massique du fluide (en kg/s), de la capacité thermique dégagée et de la différence de température entre l'entrée et la sortie du fluide.

$$\phi = m \cdot C_p \cdot \Delta T$$

Exemple : Comment dissiper 100W sur une paroi froide. On veut minimiser la différence de température entre l'entrée et la sortie à 2°C.

$$100W = 100 J/s$$

$$C_p = 4.181 J/g/°C$$

$$m \cdot s = \text{Masse d'eau statique} = \frac{\phi}{C_p \cdot \Delta T} = \frac{\frac{J}{s}}{\frac{J}{g \cdot °C}} = g$$

$$A.N : V = 100/(4.18 \cdot 2) = 11.96 g \text{ d'eau soit } 0.01196 m^3 \text{ d'eau.}$$

Le débit devra être donc de 0.01196 m³/s

Avec les formules, on peut constater que :

- Plus le flux thermique est élevé, plus il faut un débit élevé pour maintenir une variation de température constante dans le fluide.
- Plus la différence de température est petite, plus le débit doit être important pour évacuer la chaleur.

IX.2.4 Rayonnement

C'est un transfert de chaleur effectué par l'émission d'ondes électromagnétiques par le système dû à sa température. Comme toutes les ondes EM, il ne nécessite pas de matériau intermédiaire. Ce phénomène est dépendant des longueurs d'ondes de 0.1 à 100 µm. Le rayonnement thermique obéit aux lois de PLANCK, de WIEN et de STEFAN-BOLTZMANN.

L'émission est dû à la conversion de l'énergie thermique en énergie électromagnétique. A la réception, l'onde électromagnétique est convertie en énergie thermique. Il n'a pas besoin de milieu pour agir. Il est donc maximal dans le vide.

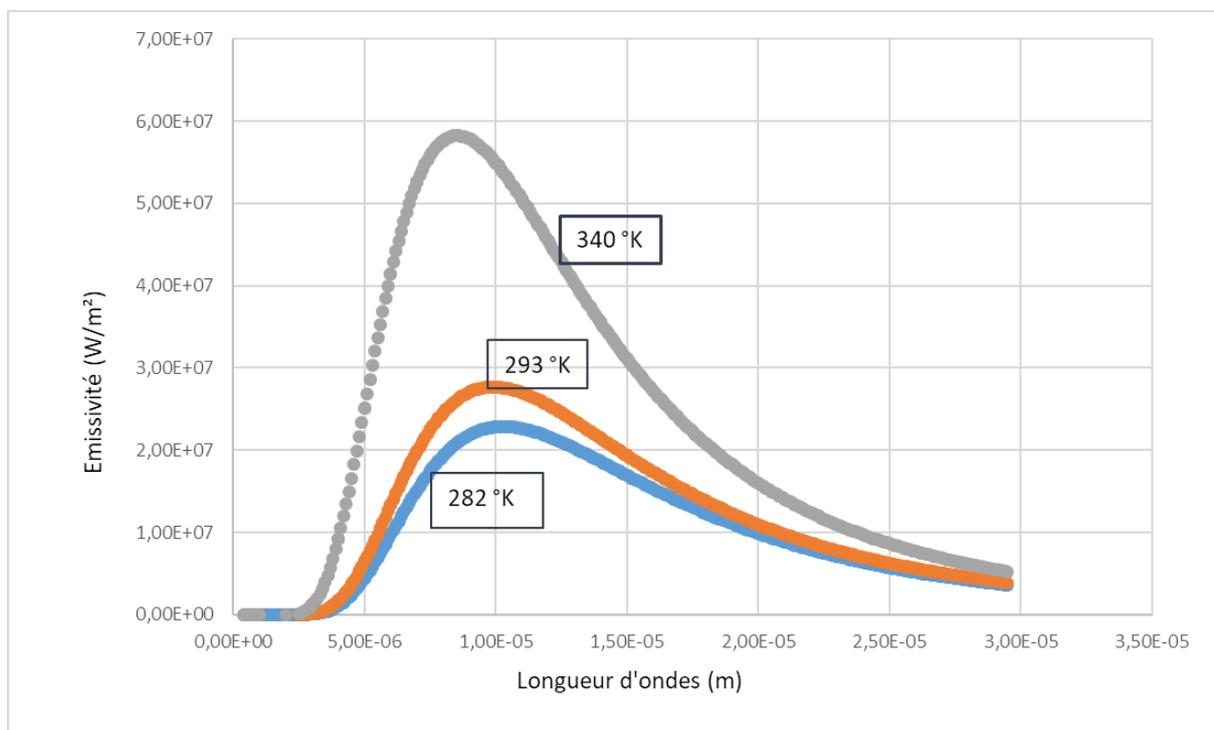
Basé sur la théorie électromagnétique, on utilise comme modèle « le corps noir », objet parfait qui émet uniquement un rayonnement thermique dépendant des longueurs d'ondes. La loi de Planck définit la répartition du spectre en énergie rayonné par le « corps noir ».

$$m_{\lambda}^o = \frac{n^2 \cdot C_1}{\lambda^5 \cdot \left(\exp\left(\frac{C_2}{\lambda \cdot T}\right) - 1 \right)}$$

Avec $C_1 = 2\pi \cdot h \cdot C_o = 3.741 \cdot 10^{-16} \text{ W} \cdot \text{m}^{-3}$

$$C_2 = \frac{h \cdot C_o}{k} = 0.014398 \text{ m} \cdot \text{K}$$

La figure ci-dessous représente l'émissivité du corps noir pour des températures courantes de cartes électroniques :



Le corps noir a la propriété d'absorber tout rayonnement incident. Bien sûr, dans le monde réel, les objets émettent un rayonnement mais réfléchissent ou transmettent également une partie de l'onde électromagnétique. On a donc une émissivité inférieure à celle du corps noir. Dans la plupart des objets, leurs tailles les rendent opaques à la transmission de l'onde. Dans ce cas, on considère que le coefficient d'émissivité est égal au coefficient d'absorption. Ainsi, en considérant les paramètres suivants :

- E : Energie reçue
- M : Energie d'émissivité
- α : coefficient d'absorption
- ε : coefficient d'émissivité

on a : $\alpha \cdot E = \varepsilon \cdot M$

On considérera alors que pour chaque longueur d'onde, $\varepsilon = \alpha = \text{constante}$. Bien sûr ces coefficients sont complexes et dépendent de la température.

Mais, on peut considérer maintenant la situation où deux parois de longueurs infinies se font face.

Le flux thermique total est égal à : $\phi_{i \rightarrow j} = M_i^o \cdot S_i \cdot F_{ij}$

F_{ij} est un facteur de forme fonction du coefficient d'émissivité et correspondant à différentes situations géométriques de deux surfaces. On utilise des abaques pour déterminer F_{ij} . (A catalog of Radiation configuration Factor from John R. HOWELL, University of Texas, Austin)

Suivant la loi de Stefan-Boltzmann, $M^o = \sigma \cdot T^4$, ($\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$) la formule du flux thermique pour une enceinte grise est donc :

$$\phi_{1 \leftrightarrow 2} = S_1 \cdot F_{12} \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

Dans le cas d'un objet de petite dimension dans une enceinte, on a la formule simplifiée suivante :

$$\phi_{1 \leftrightarrow 2} = S_1 \cdot \varepsilon_1 \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

Si $T_1 > T_2$ et T_1 compris entre 20°C et 130°C, on peut considérer le modèle de résistances thermiques suivant :

$$R_{th} = \frac{1}{S_1 \cdot F_{12} \cdot \sigma \cdot (T_1^3 + T_2^3)}$$

Tableau récapitulatif des émissivités en thermographie

Description du matériau	Émissivité reportée	Longueur d'onde μm valide
Acier doux	0.20 - 0.32	
Acier inoxydable (boulon)	0.32	3.4 - 5
Acier inoxydable oxydé à 800°C	0.85	
Acier inoxydable poli	0.075	
Acier inoxydable meulé	0.11	
Acier inoxydable sablé	0.38 - 0.44	
Acier inoxydable de type 301	0.54 - 0.63	3.4 - 5
Acier galvanisé (ancien)	0.88	8 - 14
Acier galvanisé (neuf)	0.23	8 - 14
Acier laminé à froid	0.7 - 0.9	
Acier meulé	0.4 - 0.6	
Acier nickelé	0.11	8 - 14
Acier oxydé	0.7 - 0.9	
Acier poli	0.07	
Acier doux terni	0.70	3.4 - 5
Alumine	0.8	
Clinquant d'aluminium	0.04	
Feuille d'aluminium	0.09 / 0.04	3 / 10
Aluminium anodisé	0.77	

Aluminium abrasé	0.83 - 0.94	2 - 5.6
Aluminium oxydé	0.2 - 0.55	3.4 - 5
Aluminium oxydé à 600°C	0.11 - 0.19	
Aluminium poli	0.039 - 0.057	8 - 14
Aluminium sablé	0.210	
ALZAC A-2 (aluminium purifié)	0.73	
Anodisation noire	0.82 - 0.88	
Anodisation bleue	0.82 - 0.87	
Antimoine poli	0.28 - 0.31	
Ardoise	0.85	8 - 14
Ardoise d'amiante	0.96	
Autocollant isolant électrique	0.92-0.97	
Carton d'amiante	0.96	
Matériaux à base d'amiante	0.78	
Papier ou panneau d'amiante	0.94	
Argent poli	0.02 - 0.03	
Argile cuit	0.91	8 - 14
Asphalte	0.93	
Basalte	0.72	
Beryllium	0.18	
Beryllium anodisé	0.9	
Béton	0.91	8 - 14
Béton rugueux	0.92 - 0.97	2 - 5.6
Béton sec	0.95	5
Béton aggloméré	0.63	
Bismuth poli	0.34	
Bitume en bandes	0.91	
Bois dur à contre fibre	0.82	2 - 5.6
Bois dur dans le sens des fibres	0.68 - 0.73	2 - 5.6
Bois naturel	0.90 - 0.95	
Bois de chêne	0.90	
Bois vernis	0.93	3.4-5
Brique à l'argile (réfractaire)	0.59 - 0.85	2 - 5.6
Brique d'alumine	0.68	2 - 5.6
Brique commune / vitrifiée	0.81 - 0.86	2 -5.6
Brique à maçonner	0.94	5
Brique flammée	0.88	8 - 14
Brique rouge	0.9 - 0.93	
Bronze poli	0.1	

Bronze poreux/rugueux	0.55	8 - 14
Cadmium	0.02	
Calcaire	0.95 - 0.96	5
Caoutchouc	0.95	8 - 14
Caoutchouc naturel dur	0.91	
Caoutchouc naturel souple	0.86	
Carbone en fibres	0.77	
Carbone (graphite)	0.98	8 - 14
Carbone pur	0.81	8 - 14
Carbure de silicium	0.83 - 0.96	
Carreau céramique "black shiny"	0.85	8 - 14
Carreau de plâtre	0.87	8 - 14
Carton (boîte en)	0.81	5
Carton décoratif de recouvrement	0.85	8 - 14
Carton gris non traité	0.90	2 - 5.6
Céramique	0.95	
Charbon de bois	0.91	
Charbon pulvérisé	0.96	8 - 14
Chrome poli	0.08 - 0.36	8 - 14
Ciment	0.54	8 - 14
Conifère (feuilles)	8 - 14	
Conifère (écorce)	0.976	8 - 14
Contreplaqué	0.83 - 0.98	2 - 5.6
Constantan	0.09	
Corps noir théorique	1.0	
Coton (tissu)	0.77	
Craie	0.65 - 0.88	8 - 14
Cuivre oxydé	0.34	8 - 14
Cuivre déposé électriquement	0.03	8 - 14
Cuivre poli	0.023 - 0.052	8 - 14
Cuivre recuit	0.07	8 - 14
Cuivre revêtu d'argent	0.30	3.4 - 5
Dalle plastique de sol	0.90	8 - 14
Eau	0.95 - 0.963	
Étain	0.05 - 0.07	8 - 14
Fer forgé lisse	0.30	
Fer forgé terne	0.70	
Fer en lingot rugueux	0.87 - 0.95	8 - 14
Fer oxydé	0.5 - 0.9	8 - 14

Fer laminé	0.77	8 - 14
Fer poli	0.14 - 0.38	
Fer rouillé	0.61	2 - 5.6
Fibre de verre	0.750	
Fibrociment	0.94	8 - 14
Formica	0.937	6.5 - 20
Fonte brute de fonderie	0.81	8 - 14
Fonte décalaminée	0.44	8 - 14
Fonte fondue	0.2 - 0.3	
Fonte oxydée	0.6 - 0.95	8 - 14
Fonte polie	0.21	
Gazon	0.8 - 0.75	
Glace	0.97	8 - 14
Granite	0.971	5
Gravier	0.95	6.5 - 20
Grès émaillé	0.87	8 - 14
Gris	0.92	2 - 5.6
Gypse	0.85	8 - 14
Herbe	0.76 - 0.74	
Hêtre (feuilles)	0.993	8 - 14
Hêtre (écorce)	0.976	8 - 14
Huile (film sur base de nickel) ep 0mm	0.05	
Huile ep 1 mm	0.27	
Huile ep 2 mm	0.46	
Huile ep 5 mm	0.72	
Huile couche épaisse	0.82	
Inconel X oxydé	0.71	
Inconel X en feuille (1mm)	0.10	
Laiton abrasé (grain de 80)	0.20	
Laiton laminé en plaque	0.06	
Laiton mat / terni	0.22	8 - 14
Laiton oxydé	0.5	
Laiton oxydé à 600°C	0.6	
Laiton poli	0.03 - 0.05	8 - 14
Laque bakélite	0.93	8 - 14
Laque blanche	0.87 - 0.92	8 - 14
Laque Enamel	0.90	8 - 14
Laque Noir de Parson	0.95	
Laque noire brillante sur métal	0.87	

Laque noire mate	0.97	8 - 14
Lichens	0.986	8 - 14
Liège décoratif	0.82	8 - 14
Litière (conifère)	0.979	8 - 14
Litière (feuillus)	0.986	8 - 14
Oxyde de magnésium	0.20 - 0.55	
Magnésium poli	0.07 - 0.13	
Marbre blanc	0.95	
Mercure liquide	0.1	8 - 14
Molybdène en filament	0.096 - 0.202	
Molybdène poli	0.05 - 0.18	
Monel (NiCuMo)	0.1 - 0.4	
Moquette commune	0.75-0.85	8 - 14
Mortier	0.87	2 - 5.6
Mortier sec	0.94	5
Neige	0.99	8 - 14
Nickel-chrome en fil poli	0.65 - 0.79	
Nickel Electro déposé (poli / brut)	0.05 - 0.11	
Nickel poli	0.072	8 - 14
Nickel oxydé	0.59 - 0.86	
Noir de fumée	0.96	8 - 14
Or poli	0.018 - 0.035	
Panneau de particules léger	0.85	2 - 5.6
Panneau de particules renforcé	0.85	2 - 5.6
Papier adhésif blanc	0.93	
Papier blanc	0.68 / 0.90	2 - 5.6 / 8 - 14
Papier plastique rouge	0.94	2 - 5.6
Papier plastique blanc	0.84	2 - 5.6
Papier noir brillant	0.90	8 - 14
Papier noir mat	0.94	
Papier glacé	0.55	
Peau humaine	0.98	8 - 14
Peinture aluminium	0.45	
Peinture blanche	0.77	3.4 - 5
Peinture Epoxy noire	0.89	
Peinture "faible émissivité"	0.87	8 - 14
Peinture Glycéro noire	0.80	
Peinture à l'huile	0.94	
Peinture Jaune cadmium	0.33	

Peinture non métallique	0.90 - 0.95	
Peinture plastifiée blanche	0.84	2 - 5.6
Peinture plastifiée noire	0.95	2 - 5.6
Peinture silicone noire	0.93	
Peinture verte chrome	0.70	
Pierre brute propre	0.85-0.93	8 - 104
P.V.C.	0.91 - 0.93	2 - 5.6
Plastique acrylique	0.94	5
Plastique blanc	0.84	2 - 5.6
Plastique noir	0.94	2 - 5.6
Platine poli	0.054 - 0.104	8 - 14
Plâtre	0.86 - 0.9	2 - 5.6
Plexiglas	0.86	2 - 5.6
Plomb oxydé	0.4 - 0.6	8 - 14
Plomb poli	0.5 - 0.1	8 - 14
Plomb pur non oxydé	0.057 - 0.075	
Polypropylène	0.97	2 - 5.6
Polystyrène	0.97	5
Polyuréthane (mousse de)	0.6	5
Porcelaine vitrifiée	0.92	8 - 14
PVC pour gaine de câbles	0.95	3.4 - 5
PVC	0.91	8 - 14
Quartz vitrifié	0.93	8 - 14
Sable	0.76	
Sciure	0.75	
séquoïa travaillé	0.83	2 - 5.6
séquoïa brut	0.84	2 - 5.6
Shingle noir	0.88	8 - 14
Sol aride	0.981	8 - 14
Sol humide	0.996	8 - 14
Tantale (feuille)	0.05	
Teflon (revêtement)	0.38	
Titane poli	0.19	
Toile de jute incolore	0.87	2 - 5.6
Toile de jute verte	0.88	
Tuile en terre cuite	0.88	8 - 14
Ancien filament de tungstène	0.032 - 0.35	
Tungstène poli	0.03 - 0.04	8 - 14
UHMW (polyéthylène à très haut degré de polymé-	0.87	3.4 - 5

risation)		
Vernis	0.93	2 - 5.6
Verre	0.92	8 - 14
Verre poli	0.94	
Verre utilisé en chimie (Pyrex(c))	0.97	6.5 - 20
Zinc naturel	0.18	8 - 14
Zinc recouvert en non-métallique	0.60-0.90	8 - 14
Zinc oxydé	0.10	
Zinc poli	0.03	

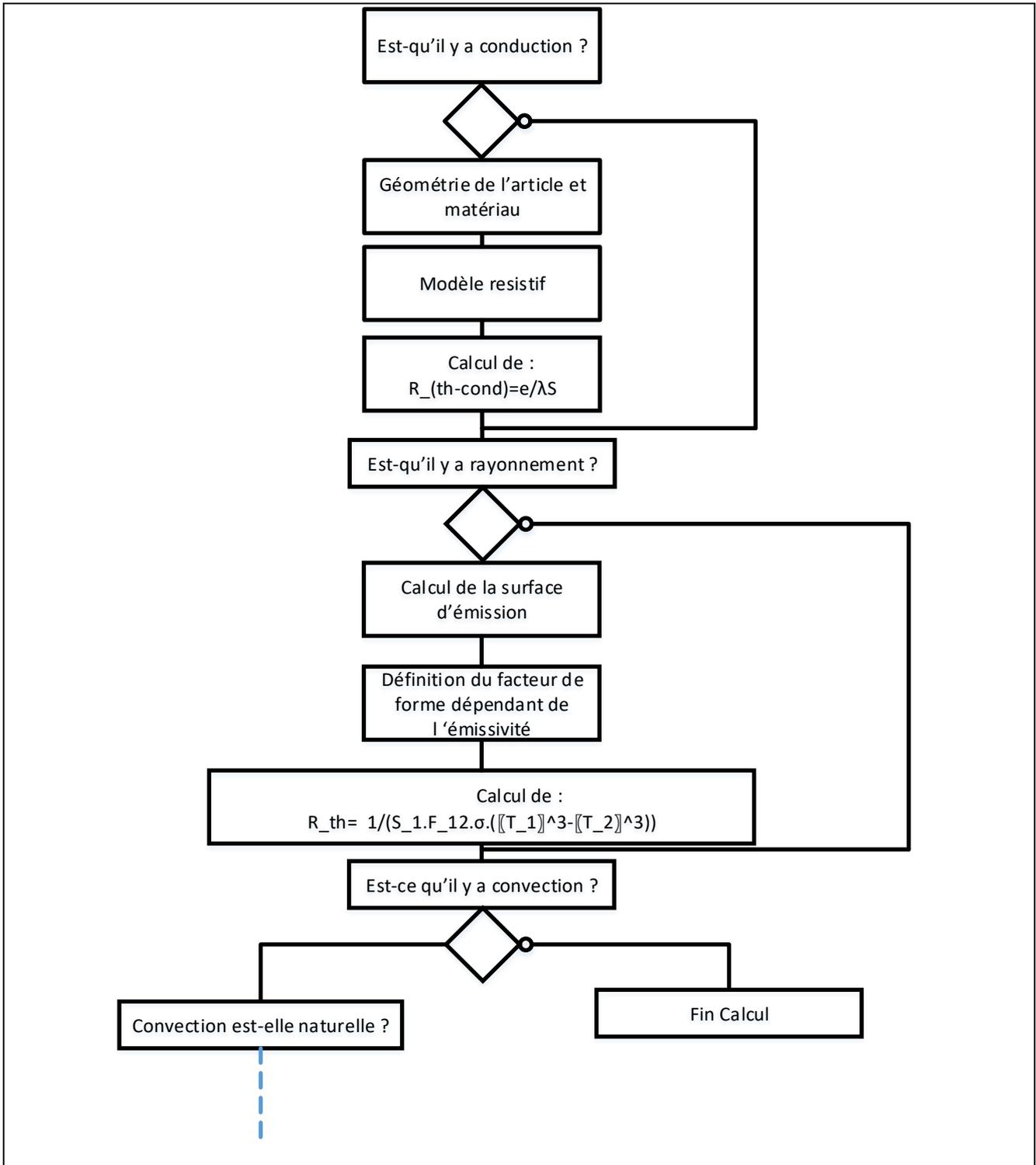
IX.3. Le niveau d'analyse

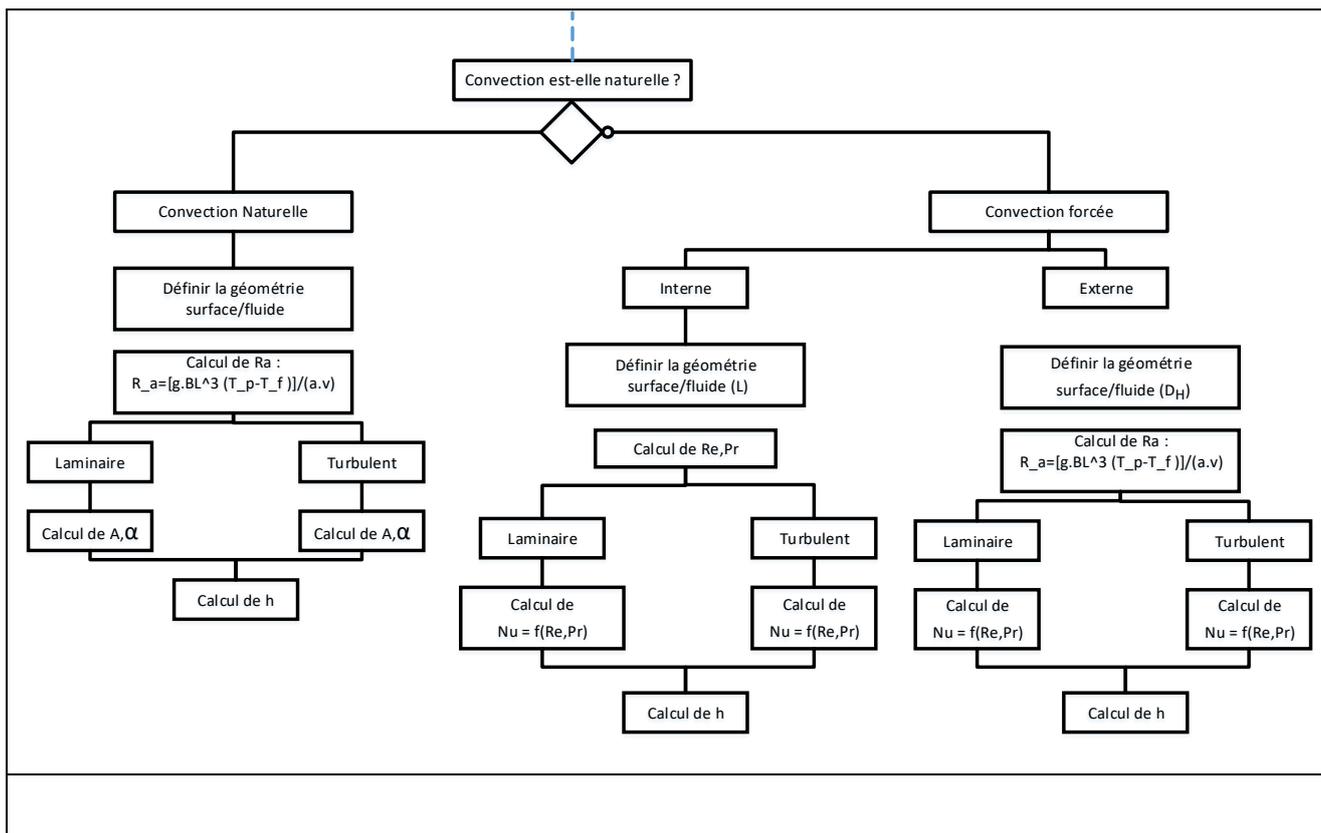
IX.3.1 Algorithme d'analyse

Pour modéliser simplement une carte électronique, il faut procéder par étape pour arriver à une compréhension des transferts thermique et choisir la solution de refroidissement la mieux adaptée aux spécifications. Voici les étapes :

1. Nous devons identifier les composants principaux en terme de puissance électrique.
2. Nous modélisons chaque composant en terme de résistances thermique suivant sa géométrie et sa composition.
3. Nous calculons l'ensemble des résistances thermiques de chaque composant
4. On définit un modèle simplifié de la carte électronique
5. On calcule les résistances thermiques de la carte suivant le modèle.
6. On établit les températures de chaque composant et de la carte
7. On contraint les températures suivant les exigences de plus haut niveau
8. On définit le moyen de refroidissement pour atteindre les exigences de plus haut niveau

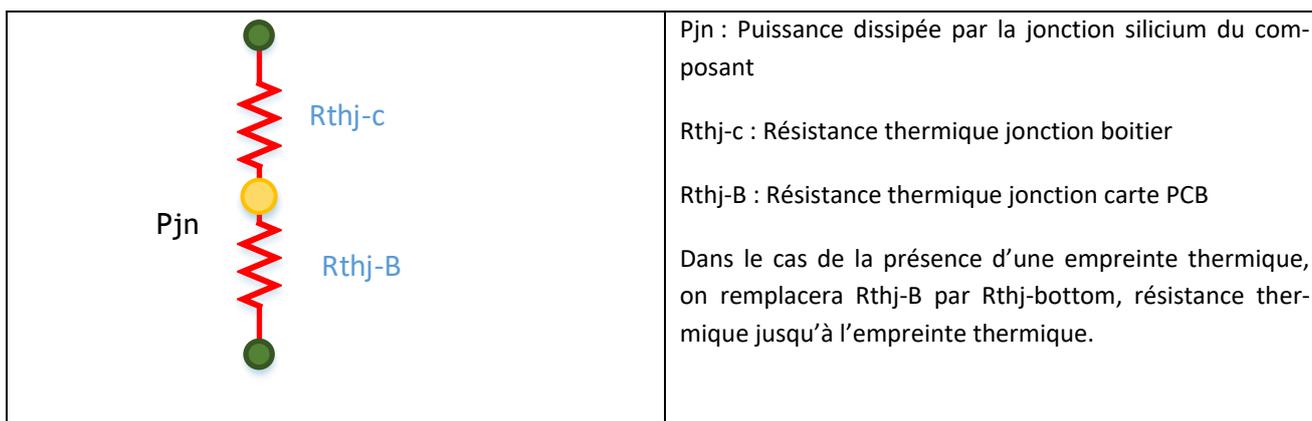
Pour chaque source de chaleur (puissance), nous utiliserons l'algorithme suivant dépendant des chapitres précédents :





IX.3.2 Composants

Le consortium JEDEC préconise en standard (JESD15.3) de modéliser les composants sous forme d'un réseau de deux résistances thermiques suivant :



Ce modèle très simple permet :

1. De standardiser les mesures des résistances
2. De partir d'un composant et d'aller vers la complexité
3. De masquer les différents types de boîtiers

Pour les composants du commerce, R_{thj-C} et R_{thj-B} sont généralement données dans les datasheet. Sinon, il faut les calculer suivant l'algorithme vu ci-dessus. Cela concerne généralement l'utilisation d'ASIC.

Ainsi, les étapes pour déterminer le modèle thermique à deux résistances consistent à :

1/ Définir la géométrie et les matériaux du composant

2/ Simplifier la géométrie pour définir la conductivité thermique et le volume et surface de conduction, convection et radiation.

3/ Calcul de R_{thj-C} et R_{thj-B}

4/ Calcul de $R_{thC-Ambiant}$ (convection, rayonnement)

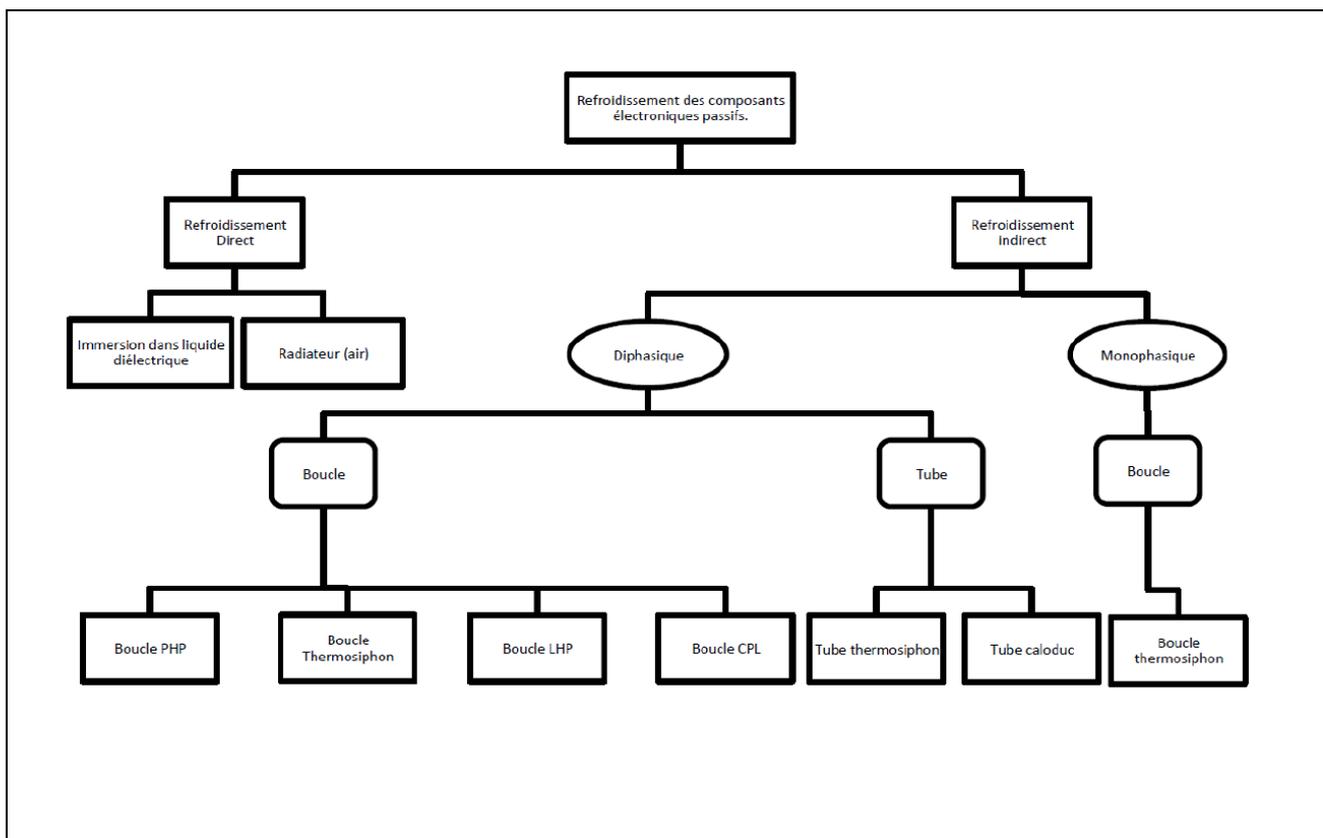
Après avoir un modèle pour chaque composants principaux dissipateurs thermiques, il suffira de modéliser le support des composants de façon simple pour avoir une idée des performances thermiques de la carte. Ensuite, il faudra choisir une stratégie pour la dissipation thermique au niveau du système.

Abbreviation	Enhancement	Name	Typical I/o Count	Description	Wire Bond?	θ_{ja} (1s board) °C/W	θ_{ja} (2s2p board) °C/W
SOIC, TSSOP, SOP		Small Outline Package	8 to 32	Gull wing lead, two rows	Yes	65 to 150	45 to 90
	HSOP, EP-SOIC	Heat Sink Small Outline Package, Exposed Pad	16 to 32	Die pad should be soldered to board	Yes	40 to 70	20 to 30
QFN	Exposed Pad	Quad Flat No Lead	16 to 64	I/O pads are soldered to board, die pad should be soldered to board	Yes	60 to 280	20 to 150
QFP, LQFP, TQFP, FQFP, PQFP, etc		Quad Flat Package	32 to 208	Gull wing leads, four sided	Yes	30 to 90	20 to 80
	EP-QFP	Exposed Pad	32 to 100	Die pad should be soldered to board	Yes	50 to 90	20 to 40
	QFP with internal spreader		Usually 100 to 240		Yes	20 to 50	15 to 45
PBGA		Plastic Ball Grid Array	16 to 1000		Yes	30 to 90	20 to 50
	TE-PBGA	Thermally Enhanced	Wide range	Four layer substrate with thick planes		20 to 60	15 to 40
	TE-PBGA2	TE-PBGA with internal spreader	Wide range	Internal spreader	Yes	10 to 20% lower thermal resistance than TEPBGA	
	TBGA	Tape Ball Grid Array, also fabricated with laminate rather than tape interconnect	Wide range	Die connected to large copper plate	Yes	14 to 20	11 to 15
FC-PBGA and FC-CBGA		Flip Chip on either ceramic or plastic laminate substrate	Wide range	Flip Chip exposed die vs lid or spreader	No	17 to 50	12 to 25

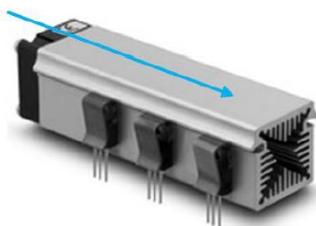
IX.4. Les moyens de dissipation

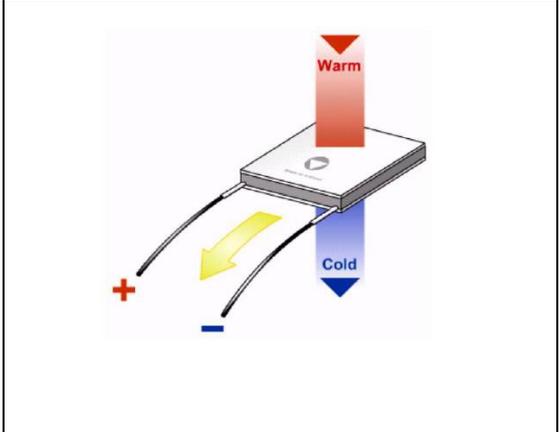
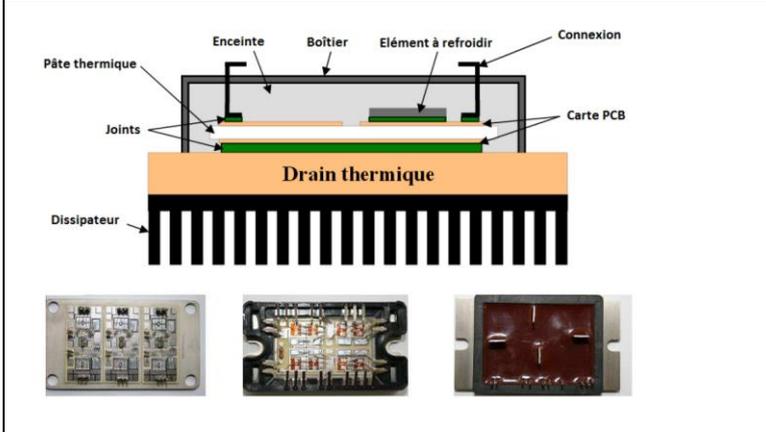
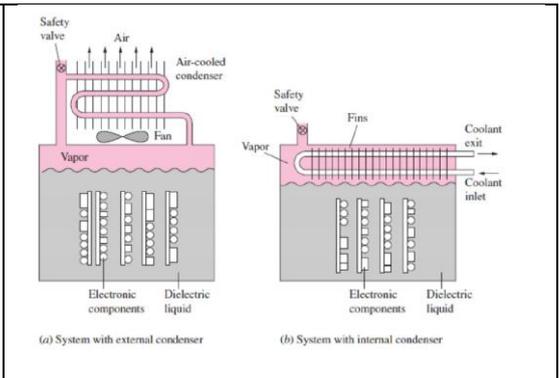
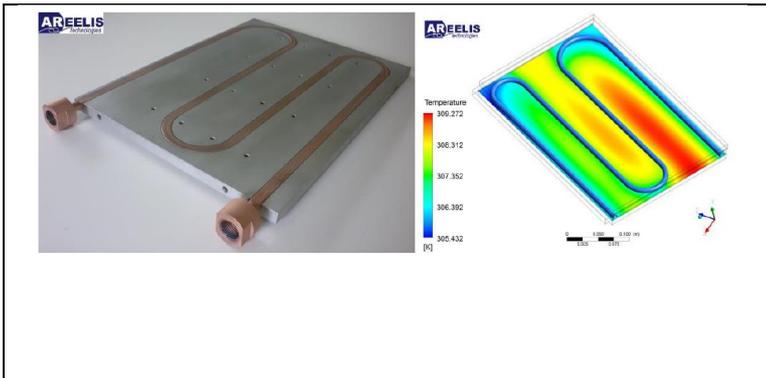
IX.4.1 Passifs

Le système n'a pas besoin d'alimentation externe. Il existe des systèmes directs, le fluide caloporteur est en contact avec l'élément à refroidir et des systèmes indirects, le fluide ne touche pas l'élément à refroidir.



Flux d'air forcé par ventilation





Système	Avantages	Inconvénients	Flux thermique maximal dissipée (W.cm ⁻²)
Drain thermique	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Simplicité d'utilisation 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Utilisable pour de faible puissance 	0.01 à 0.1
Convection naturelle (air)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Très simple à mettre en œuvre 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Nécessite une adaptation de l'architecture ▪ Utilisable pour de petites puissances uniquement 	0.01 à 0.1
Effet Peltier	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Pas d'éléments mécaniques ▪ Silencieux 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Très énergivore 	5 à 50
Convection forcée (air)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Simple à mettre en œuvre ▪ Contrôlable de l'extérieur 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Introduction de poussières ▪ Nécessite un ventilateur 	0.1 à 70
Immersion fluide diélectrique	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Efficace grâce au contact direct ▪ Pas de pièce 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Nécessite une enceinte imperméable ▪ Limité par la quantité maximale que peut évacuer le condenseur ▪ Nécessite un choix judicieux de fluide 	20
Boucle diphasique CPL	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Adaptable à de nombreuses architectures ▪ Silencieux, sans pièces mécaniques ▪ Contrôlable de l'extérieur ▪ Simulation plus simple ▪ Système passif 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Peut poser des soucis lors du démarrage 	20 à 30
Boucle diphasique LHP		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Nécessite un paramétrage précis afin d'éviter un mélange des phases dans la chambre de compensation 	
Caloduc	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Pas de pièce en mouvement ▪ Simple et robuste ▪ Système passif 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La forme peut poser un problème dans l'intégration 	5 à 250
Tube Thermosiphon		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Dépendant de la position par rapport au champ gravitationnel 	
Convection forcée (fluide)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Simple ▪ Plus efficace que l'air ▪ Contrôlable de l'extérieur 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Système actif 	10 à 350
Jets	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Applicable sur de grande surface 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Nécessite un lourd équipement (pompe, régulateur de débit, réservoir de stockage) ▪ Consommation d'énergie 	100 à 350
Spay Cooling	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Bon recouvrement spatial de la zone à refroidir. ▪ Permet un refroidissement à la demande et localisé. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Complexité réglage des injecteurs ▪ Pressurisation du liquide avant injection ▪ Système actif 	500

Figure 38. Résumé des caractéristiques des systèmes de refroidissement

IX.4.2 Actifs

Basé sur le transfert de chaleur par convection forcée, il nécessite une pompe mécanique assurant la circulation du fluide caloporteur (ventilateur).

IX.5. Exemples

IX.5.1 Standards

IX.5.2 Dans le vide